

回転気体における粘性係数...降着円盤と惑星リング

Viscosity Coefficients of Rotating Gases --- Accretion Disks vs Planetary Rings

松田 卓也[1], 林 英二[2]

Takuya Matsuda[1], Eiji Hayashi[2]

[1] 神大・理・地球惑星, [2] 神戸大・自然

[1] Earth and Planetary Sci., Kobe Univ., [2] Earth and Planetary Sci., Kobe Univ

<http://nova.planet.sci.kobe-u.ac.jp>

降着円盤の標準理論においては、乱流粘性により角運動量が外向きに輸送されるとしている。またその粘性公式には分子粘性のそれを援用している。角運動量輸送公式に関して、平均自由行程の理論を採用した著明な教科書には明らかな誤りがある。その議論では角運動量が内向きに輸送されることになり、矛盾である。本論文では回転気体における粘性公式を第一原理から導く。そのためにボルツマン方程式を採用し、その衝突項にたいして BGK 近似を行う。得られたクルック方程式にチャップマン・エンスコグ展開を行い、粘性係数、熱伝導率を導出する。回転気体の場合には、複雑な効果が得られる。

降着円盤の標準モデル(円盤モデル)においては、円盤の角運動量はなんらかの粘性によって外部に輸送されると考えられている。何らかの粘性とは、オリジナルな標準モデルでは乱流粘性を考える。もっともケプラー回転する降着円盤が流体力学的に不安定であるという確かな証拠はない。しかし、本論文ではその問題は不問にして、降着円盤は乱流的であるとする。さて乱流粘性がどのような法則に従うかは、乱流理論が完成していないので、よく分からない。天体物理学では通常、分子粘性公式を援用して、それにあてている。

降着円盤の角運動量輸送に関して、教科書の中には混乱がある。著名な "Accretion Power in Astrophysics" (Frank, King & Raine, 1985)、あるいは "Accretion Process in Star Formation" (Hartman, 1998) は、角運動量輸送の公式を導出するために、良く用いられる気体分子の平均自由行程理論を採用している。そして角運動量は外向きに輸送されるという定説を導いている。この導出過程は明らかな誤りである。もし計算を正しく行くと、角運動量は外から内に輸送されるという結果を得るはずである。というのは、ケプラー円盤では角運動量は外向きに増大し、平均自由行程理論を回転気体に適用すると、角速度ではなく角運動量の非一様をなす方向に粘性が働くはずだからだ。この結論は明らかに常識に反するし、正しくない。一方、別の教科書、解説では、粘性流体の粘性公式をそのまま採用している。しかし、粘性公式の導出過程をよく反省すると、それは非回転気体に対してのみ成立するものであることが分かる。

粘性公式のミクロスコピックな導出過程を思い起こそう。まず Boltzmann 方程式から出発する。完全平衡状態はマクスウエル分布関数で表される。その状態は等温度、等密度、一樣運動の状態である。力は働かないと仮定している。粘性公式を導出するには、1) 流体の状態が上記の平衡状態からわずかにずれていると仮定する。したがって分布関数はマクスウエル分布からわずかにずれる。2) 力は速度に依存しないと。つまりコリオリ力のような力は考慮しない。3) 回転があるとしても、剛体回転である。4) 気体分子の平均自由行程は系の典型的な長さに比べて短い。ところで降着円盤や惑星リングでは、上記の仮定はことごとく破れている。

本論文においては、まずは静止している気体に対する粘性公式を導く。そのためには、まず Boltzmann 方程式から出発する。つぎに衝突項を単純化する BGK 近似を導入し、Boltzmann 方程式を Krook 方程式に簡易化する。解が局所マクスウエル分布からわずかにしかずれていないと仮定して、分布関数を Chapman-Enskog 展開する。すると分布関数が求まる。それをもとに、粘性係数、熱伝導率を求める。

つぎに気体が剛体回転している場合に理論を拡張する。この場合、理論を回転系の上で展開する。その場合、遠心力とコリオリ力が現れる。このなかで遠心力はポテンシャル力であり、粘性公式に影響を及ぼさないことが示される。コリオリ力は力に依存するので、特別の扱いが必要となる。ここで電磁場を持つプラズマ流体との比較を考える。遠心力は電場に、コリオリ力はローレンツ力に対比できる。従って、回転気体の輸送理論は、プラズマの輸送理論に範を求めることができる。その結果、得られる結論は、粘性公式自体は非回転の場合と同じである。しかし、粘性係数の大きさは η によって決まる。ここで η は気体分子の平均自由飛行時間であり、 Ω は回転角速度である。粘性係数は $\eta \Omega^2$ が大きくなると、その二乗に比例して小さくなる。また速度勾配とは垂直な方向にも、シアーストレスが発生するという奇妙な効果が現れる。

ケプラー回転している場合は、基本状態が剛体回転ではないので、基本分布関数がマクスウエル分布では表されない。つまり速度分布に異方性が現れる。だから厳密な解析的取り扱いにはきわめて困難である。惑星リングの場合は、さらに非弾性衝突の効果も考慮する必要がある。これらは、数値計算にゆだねるのが最も手っ取り早い。我々は別の論文において(小山、林、松田、本予稿集)、モンテカルロ直接シミュレーションでその問題に取り組んだ。