半解析的な境界積分方程式法で解く２次元平面亀裂の動力学：数値安定性の問題

Semi-analytic BIEM scheme for the flat 2-D crack dynamics: the question of numerical stability

 # 多田　卓[1]
Taku Tada[1]

[1] 東大・地震研
[1] ERI Univ. Tokyo

境界積分方程式法を用いると、一定の条件のもとでは効率的で精度の高い亀裂動力学のモデル化数値計算が可能であるが、状況により数値不安定性を生じることがある。本研究では２次元の平面状亀裂に対し、半解析的な境界積分方程式法による時間領域の動力学シミュレーションを行った結果、数値的な安定性は「離散化した時間ステップ幅と空間要素幅との比」および「時間軸に沿った離散化集積点の相対的な高さ」という２つのパラメータの組み合わせに複雑に依存することが明らかになった。また、計算がおおむね不安定となるモードIIでも、Peirce and Siebrits（1996）の「εスキーム」を用いることにより計算が安定化できることがわかった。

亀裂動力学のモデル化研究において、亀裂面上の応力をすべり速度分布と一定の積分核との畳み込みとして表現する境界積分方程式法は、比較的広く用いられ、また一定の成功を収めてきた手法として知られている。もしも亀裂が平面状であり、また時間領域での数値計算に際して亀裂面上のすべり速度や応力分布を棒グラフ状の「区分０次近似」で離散化するならば、解くべき亀裂動力学の離散化方程式は係数（影響関数）が解析的に厳密な形で与えられ、効率的な「半解析的」計算を行うことが可能になる。のみならず、離散化した時間ステップ幅と空間要素幅との比が一定値よりも小さいという条件のもとでは、方程式は空間要素相互間のカップリングが解けて、過去のすべり履歴に影響関数の重みをつけて足し合わせるだけで現時点のすべり速度を求めることができるようになり、計算効率はさらに向上する。

しかしながら、境界積分方程式法は状況によって数値不安定を生じ、時間を進めるとともに計算結果が振動を始めて無限大に発散してしまう場合が少なくない。この数値不安定現象は人為的減衰項の導入や、すべり弱化摩擦法則の導入によって一時的に出現を遅らせることができるが、本質的な解決策にはならないことが知られている。この数値不安定性の現れ方には明瞭な規則性がなく、その出現の条件や原因などの詳細についてはよくわかっていない。本格的な理論的説明はようやく近年になって、比較的単純なケースについてPeirce and Siebrits (1996,97)が試みた先駆的研究によって緒についたに過ぎない。

私は２次元の平面状亀裂に対し、３つの破壊モードそれぞれについて、半解析的な境界積分方程式法による時間領域の動力学シミュレーションを行い、数値不安定現象の現れ方を実験的に調べた。その結果、数値的な安定性は「離散化した時間ステップ幅と空間要素幅との比」および「時間軸に沿った離散化集積点の相対的な高さ」という２つのグリッド・パラメータの組み合わせに複雑に依存することが初めて明らかになった。また、モードIIではパラメータの組み合わせをごく限られた狭い範囲内に取らない限り、基本的に計算は不安定であるが、Peirce and Siebrits (1996) の考案した「εスキーム」を用いることにより計算を安定化できることも明らかになった。εスキームとは、時間方向の離散化集積点を該当する時間ステップよりも後刻側にずらして設定した上で、それに合わせて現時点に相当する時間ステップの幅をも特別に長く取るという手法である。

Peirce and Siebrits (1996,97) にヒントを得て、影響関数の値の相対的な大小と数値不安定性との関係についても予備的な調査を行ったが、モード III の場合を除き、両者のあいだに明瞭な関連性を認めることができなかった。