

墓石転倒シミュレーションのための剛体回転数値計算プログラムの開発 Development of numerical program for rigid body rotation

今枝 佑輔^{1*}, 盛川 仁¹

IMAEDA, Yusuke^{1*}, MORIKAWA, Hitoshi¹

¹ 東工大総合理工

¹Tokyo Tech

墓石は人間のライフサイクルに密接に関係した存在であり全国各地に遍在している。一方で墓石は強地震時に地震による外力をうけ、滑り、回転し、転倒し、そして時には跳躍する。従って墓石の転倒状況やその分布状況は起こった地震の特性を各地で記録していることとなり、これを解析することは地震全体を理解する上で重要な役割を果たすと考えられる。そこで墓石の運動を剛体運動とみなし、その挙動を数値計算によって解析する。そのための基礎プログラムとして、外力を伴う剛体回転運動を数値計算するプログラムを開発し、その性能について評価する。

一般に剛体回転運動を安直に定式化し数値計算コードを作成すると様々な問題が生じる。例えば物理的には剛体の慣性主軸は常に直交しており、その単位ベクトルの長さは1に保たれている。しかしこの直交性や単位性は注意深く定式化しないと数値計算上は保たれない。これは剛体はその剛体性を保てずに、数値計算が進むにつれ元の剛体が伸び縮みしたりひしゃげて歪んでしまうことを意味している。また物理的には運動エネルギーや角運動量は外力がかからない場合に保存される。これも安直な数値計算スキームでは成り立たない。更に剛体の運動エネルギーと角運動量、そして回転ベクトルは時間的に主慣性モーメントを通じて一意に関係付けられている。この主慣性モーメントは剛体の形状から決まる時間的に不変な定数である。これも安直な数値計算法では一般的には成り立たず、主慣性モーメントが時間変化してしまう場合がありうる。

そこでこれらの特性を満たすよう注意を払いつつ運動の定式化及び数値計算コードの開発を行った。

まずよくやられているように、慣性主軸の単位ベクトル間の直交性および単位性を保持するために、時間発展は常に適当な回転ベクトル周りの回転運動として正確に記述する。1ステップの時間発展はこの回転運動の重ねあわせとして記述する。回転変換が正しく記述されているので時間発展した後も慣性主軸に沿った単位ベクトルの直交性や単位性が数値誤差の範囲で成立する。回転操作についてはベクトル計算を使ってもよいし4元数による変換を使ってもよい。(4元数を使ったほうが計算効率が良い)

次に外力がない場合に運動エネルギーや角運動量に変化してしまう問題については、運動を剛体に固定された座標系上で考える。この回転系では、単位角運動量ベクトルが運動エネルギー一定の条件から定まる特定の閉曲線上でしか運動し得ない。これを制約条件として時間発展に課すことで解決する。これは剛体座標系上で慣性主軸方向の運動エネルギーと角運動量の比を正しく定めていることにほかならないので、主慣性モーメントが時間変化してしまうこともなくなる。

ポスター発表ではこれらの結果に加えて、計算精度を変えた他の単純な数値計算方法との比較を行う予定である。

キーワード: 数値計算, 剛体回転

Keywords: simulation, rigid body