

非超特異型境界積分方程式で解く 2 次元・3 次元亀裂の動力学

Non-hypersingular boundary integral equations for 2-D and 3-D crack dynamics

多田 卓 [1], Raul Madariaga [1], 福山 英一 [2]

Taku Tada [1], Raul Madariaga [1], Eiichi Fukuyama [2]

[1] パリ E N S ・ 地 学 , [2] 防 災 科 研

[1] ENS Paris, Lab. Geol., [2] NIED

非平面形状の 3 次元亀裂の動力学を記述する非超特異型の境界積分方程式を、時間領域で、しかも完全に具体的な形で導いた。導出に当たって、亀裂表面の曲がりによって向きを変え、座標軸の 1 つが常に亀裂面に対して垂線になっているような「局所デカルト座標系」を定義した。後半では平面 2 次元亀裂の動力学問題に絞り、同様の考えに基づいた効率的な数値計算技法について述べる。離散化の際、すべり速度に対し棒グラフ状の内挿近似を当てはめることによって、離散量み込みの係数を解析的に厳密に評価するのが特徴である。この技法の数値安定性については特に詳しく調べた。

境界積分方程式法 (BIEM) は、地震学分野の研究で広く扱われる亀裂解析の問題を解くためのきわめて有力な手法の 1 つである。

このうち「変位不連続法」と呼ばれる手法では、まずモデル空間上の応力場を、亀裂上のすべり (変位不連続) 分布と一定の積分核との時空間畳み込み (convolution) という形で表現し、その上で観測点 (receiver) を亀裂面に近づける極限操作を行う。この結果、亀裂面上の応力分布を同面上のすべり分布と関連づける境界積分方程式が得られる。しかしこの段階で得られる「応力型」境界積分方程式は超特異点を有しており、そのままでは数値計算になじまない。この問題を回避する方法はいくつかあるが、そのうち「正則化」法は、部分積分などを用いてこの超特異積分を、高々コーシー主値積分として評価できるような特異性の弱い積分形式に書き替える操作を行うものである。

本講演では上述の手法の線に沿った、時間領域の境界積分方程式法による亀裂動力学理論に関して、最新の研究成果を 2 部に分けて発表する。

前半では、非平面形状の 3 次元亀裂に対する非超特異型の境界積分方程式を、我々の知る限りでは初めて、時間領域でしかも完全に具体的 (explicit) な形で導出した結果について報告する。本研究で重要な鍵をなすのが、亀裂表面の曲がりによって向きを変え、座標軸の 1 つがどこへ行っても亀裂面に対して垂線になっているような「局所デカルト座標系」を定義したことである。これを導入したことで積分方程式に登場する亀裂面上すべりを、開口成分 1 つと剪断成分 2 つとに分解して書き表すことが可能になった。またこれと同様の表式を、亀裂外の応力歪場についても導くことができた。今回我々が導いた式は、既存の 3 次元平面亀裂理論 (Fukuyama and Madariaga, 1998) や 2 次元非平面亀裂理論 (Tada and Yamashita, 1997) との整合性が確かめられており、これで上記の手法に基づく一連の亀裂力学理論は任意形状の亀裂に対してすべて完成したことになる。

講演の後半では、平面 2 次元亀裂の動力学の問題に絞って、非超特異型境界積分方程式の考えに基づいたきわめて効率的な数値計算技法のことについて述べる。この技法は平面亀裂の場合にだけ有効なもので、すでに 2 次元面外 (モード III) 亀裂に対して Cochard and Madariaga (1994) が、3 次元亀裂に対しては Fukuyama and Madariaga (1998) が用いている。この技法では、積分方程式を離散化し、時間の進行を追って逐次計算できる (time-marching) ような形に書き替える際に、すべり速度に対し棒グラフ状 (piecewise-constant) の内挿近似を当てはめることによって、離散量み込みの係数を数値積分によらず解析的に厳密に評価する。我々は今回、この数値技法を 2 次元面内 (モード II, I) の平面亀裂の場合に拡張した。また、亀裂面の外の応力歪場も、同じ技法に基づいて同様に効率的に数値計算できることを示した。

数値安定性の問題については特に詳しく調べ、計算に使われる 2 種の制御パラメータのさまざまな組み合わせに対して漏れなく精力的に試行計算を行った。パラメータのうち 1 つは時間格子幅と空間格子幅との比に関するものであり、もう 1 つは離散化作業の際に関数値の集積点 (collocation) を各時空間格子内で時間軸に沿ってどの位置に置くかに関するものである。その結果、少なくとも我々が用いたような状況設定のもとでは、計算スキームはモード III と I では広い範囲の制御パラメータに対して高度に安定であるが、モード II ではパラメータ空間の大部分の領域に対して不安定となる反面、パラメータがごく限られた狭い範囲内に収まる場合には計算が数値的に安定となることがわかった。