

励起存否法 - 外力の時間的性質がわからない場合のパラメータ推定方法 -

Excitation Sompri, The Case with Insufficient Prior Information

横山 由紀子 [1], 三上 直樹 [1], 熊澤 峰夫 [2]

Yukiko Yokoyama [1], Naoki Mikami [1], Mineo Kumazawa [2]

[1] 能開大, [2] JNC・東濃

[1] Uitec, [2] Tono, JNC

非斉次線形微分方程式の離散化モデルである非斉次 AR モデルは入力信号に関する先見情報を自由に組み込むことができる。先見情報が十分な場合のモデルパラメータ推定方法は既に提案されているが [1]、本研究ではこれが十分でない場合のパラメータ推定方法を提案する。この方法では、入力信号の初期基底を始めに選択し、その後基底の選択エラーを減少させるように基底の修正を重ねる。

1. はじめに

地震波、地球磁場変動、地球回転変動等、地球物理学の対象となる現象には線形力学系で近似できる現象が多い。これらの分野の研究では力学系の固有周期や減衰と共に力学系に働く外力の変動を知ることが興味の対象であり、そのためには非斉次線形微分方程式の離散化モデルが必要となる。

このモデルとして我々は非斉次自己回帰 (Inhomogeneous Auto Regressive, IAR) モデルを提案した [Yokoyama et al., 1997]。このモデルには外力に関する先験情報を自由に組み込むことができ、外力の時間変化の性質が十分にわかっている場合のモデルパラメータ推定方法を我々は開発した [Yokoyama et al., 1997]。

しかし、実際の解析においては外力の時間的な性質が十分にわかっているとは限らない。そこで、本研究では既存の方法を拡張し、先験情報が十分でない場合でもパラメータ推定ができるようにした。

2. モデルの条件

本方法では IAR モデルであること以外に以下の 4 つの仮定をおく。

- 1) 入力信号は有限個の基底で展開できる。
- 2) 入力基底の共分散行列は正則である。
- 3) ノイズはホワイトである。
- 4) 低周波数領域での入力信号のパワーはノイズのパワーよりも大きい。

仮定のうち、1) は入力の時間空間での性質に関する先験情報を取り込むための条件である。一方、2) と 3) はパラメータ推定を簡化するためのものである。また、4) は入力信号とノイズを区別するための条件であり、不足した先見情報を補う役割をする。

3. モデルパラメータの推定方法

モデルパラメータの推定には以下の 3 つの規準を用いる。

- a) 入力信号の推定誤差を小さくする。
- b) 出力信号の推定誤差を小さくする。
- c) 角周波数の推定差を小さくする。

推定では、いくつかの候補基底を用意し、2 段階に分けてその中から良いものを選ぶ。第 1 段階では、考えられ得る全ての候補基底を用意する。そして、その中から基準 c) に従って最もよいものを選ぶ。この段階でおおよそのパラメータが推定できる。第 2 段階では第 1 段階で選んだ基底を初期基底としてこれを修正する。この修正により、さらによりパラメータを求めることができる。

基底を修正するためには、始めにその基底に対する他のパラメータを基準 a)、b) に従って求め、出力信号を推定する。次に、データと推定した出力信号との差を求め、この差のベクトルを基底の次元に変換する。そして、この量を用いて基底の行列を修正する。即ち、基準 b) を満たす方向に修正する。

基底を修正するとノイズが修正した基底に含まれ、ノイズと入力信号の区別がつかなくなる。そこで、今度は仮定 4) を用いてノイズと入力信号を分離する。これで最終的にノイズ含まない入力信号、AR 係数及びノイズを含まない出力信号を推定することができる。

4. 数値実験

AR オーダーが 4、周波数が $-3.90e-5 \pm 7.81e-3j$ 、 $-3.90e-5 \pm 3.90e-3j$ のサンプルデータに -90.0 dB のノイズを付加して、前述の方法でパラメータ推定を行った。その結果、初期基底では、残差 2 乗和が $9.90e-1$ であったものが、33 回の基底補正後には $7.62e-2$ になった。また、推定した周波数は $1.67e-4 \pm 7.69e-3j$ と $2.46e-4 \pm 4.00e-3j$ と

なり、本方法がよく機能していることがわかった。