

ランダム音響媒質における「カットオフ散乱角」への回折の効果

Effect of diffraction on the "cutoff scattering angles" for random acoustic media

河原 純[1]

Jun Kawahara[1]

[1] 茨城大・理

[1] Dept. Environmental Sciences, Ibaraki Univ.

地震波の散乱減衰の標準的理論であるWuとSatoの理論には、カットオフ散乱角（ c ）と呼ばれるパラメータの値が未確定であるという問題点があった。著者は近年、その値を因果律の観点から検討し、密度一定の音響媒質に関して $c=60^\circ$ （3次元の場合）などの結果を得た。しかし、これは過去の主な実験値（ $15^\circ \sim 45^\circ$ ）より大きい。今回、波の伝播に伴う回折が c に及ぼす効果を理論的に検討したところ、わずかな伝播距離で c が数度程度にまで減少し、今度は実験値の大半を下回ることが示された。今回の手法の有効性の検証と c の伝播距離依存性の解明のために、高精度な実験の実施が今後の課題である。

1. はじめに

ランダム媒質中の散乱減衰を扱ったWu(1982)とSato(1982,1984)の理論では、ボルン近似の適用の際、ある角度以内の前方散乱は減衰に寄与しないと見なす(Wu,1982)か、あるいはある波長以上の不均質成分は減衰ではなく走時の揺らぎに寄与するとしてその効果を補正する(Sato,1982,1984)。両仮定は実質上(スカラー波の場合には厳密に)等価であることが示され、高周波領域での散乱減衰の過大評価を防ぐ。しかし、除去すべき前方散乱の範囲を決める「カットオフ散乱角」 c の値は未確定であった。後年、 c の実験的推定値の多くは $15^\circ \sim 45^\circ$ の範囲内に収まるものの、数度程度から 90° に至るまでばらつき、長らく決着を見なかった。

前回(1998年秋季,A62)著者はランダム音響媒質に関する c 値を因果律の観点から検討した。具体的には、Kramers-Kronigの関係式にWuのスカラー波散乱減衰の解を適用することで、位相速度の高周波および低周波極限值 c , c_0 の比と c との関係式を導いた。さらに c_0 値は音響媒質の弾性定数から、 c 値は波線理論的考察に基づいて与えることにより、3次元の場合は $c=60^\circ$ 、2次元では $c=65^\circ$ という結果を得た(補足A,B)。しかし、これらは前述の c の主要な実験値より大きい。その要因としては、Wuらの理論では無視された回折の効果が考えられる。そこで今回は c への回折の効果を検討する。前回同様、密度一定で速度揺らぎは一様・等方・微弱とする。

2. 回折の効果によるカットオフ散乱角の伝播距離依存性

前回の理論では、 c 値を伝播距離と平均走時の比と定義し、かつ回折が無視できると仮定して、以下の表式を用いた(補足C)

$$c = \sqrt{v} \sqrt{1 / \langle 1/v(x) \rangle - V_0^2} \quad (1)$$

ここで $v(x)$ は点 x における媒質の局所速度、 $V_0 = \langle v(x) \rangle$ は媒質の平均速度、 $\langle (v(x) - V_0)^2 \rangle / V_0^2$ は速度揺らぎの分散である。回折の無視は微小伝播距離の仮定を意味する。伝播距離が有限であれば、回折により波線が低速度域を迂回するため一般に $c > \sqrt{v}$ となる。「速度シフト」と呼ばれるこの現象を扱った理論(Boyse,1986;Roth et al.,1993;Shapiro et al.,1996)は、いずれも音響媒質を扱い、回折が十分弱いことを前提とし、高周波極限で同じ結果を与える。それによれば、 L を伝播距離として、

$$c(L) = \sqrt{v} \sqrt{1 + \frac{1}{2} p M(L)} \sqrt{V_0^2 [1 + \frac{1}{2} \{p M(L) - 1\}]} \quad (2)$$

ここで $p = (D-1)/2$, D は空間次元である。関数 $M(L)$ は積分形で、揺らぎの自己相関関数に依存する。 $L=0$ で上式は(1)式に帰着する。 $M(L)$ は指数関数型の揺らぎのような「複雑な」不均質性に対しては発散するが、この困難は自己相関関数を若干修正をすることで回避できる。

(2)式を前回の結果に代入すれば、 c が L の関数として求められる。一般に伝播に連れて $c(L)$ は加速し、それに伴って c は急速に低下する。ガウス型媒質の場合、次元によらず $L/a \sim 4$ で $c \sim 10^\circ$ にまで低下し、その後は L/a に反比例してゆるやかに減少する。この傾向は、短波長音響波の散乱減衰を扱ったShapiro & Kneib(1993)の結果と定性的に合致する。

3. おわりに

回折の効果を考慮した結果、わずかな伝播距離で c が大幅に減少し、今度は実験値の大半を下まわることが示された。過去の実験の多くは速度シフト理論の有効範囲(Roth et al.,1993)を超えていると思われ、直接の比較は難しいかもしれない。今回の手法の有効性の検証と c の伝播距離依存性の解明のために、高精度な数値実験の実施が今後の課題である。

参考文献 Boyse, 1986, PhD thesis, Stanford University; Keller, 1964, Proc.Sympos.Appl.Math., 17,145-170; Roth, Muller & Snieder, 1993, GJI,115, 552-563; Sato, 1982, J.Acoust.Soc.Am., 71, 559-564; Sato, 1984, JGR, 89, 1221-1241; Shapiro & Kneib,1993, GJI,114, 373-391; Shapiro, Schwarz & Gold, 1996, GJI, 127, 783-794; Wu,1982, GRL, 9, 9-12.

補足 A. 前回は暗にスカラー波と音響波を同一視し、スカラー波の散乱減衰理論に音響媒質の c_0 値を適用したが、厳密にはスカラー波は音響波の短波長近似形に過ぎない。しかし、結果的に両者の散乱振幅は一致することが示され、この意味で音響散乱とスカラー波散乱は等価である。ただし、Wu と Sato の理論の等価性は音響波に関しては（通常の弾性波と同様）厳密には成り立たない点は注意を要する。

補足 B. 前回、 c_0 値は静力学的理論に基づいて求めたが、同じ結果は波動論的にも導出可能である（Keller, 1964）。

補足 C. 見かけ上、Sato の走時補正は V_0 に対応する走時を基準としていることから、前回は $c = V_0$ の可能性を排除しなかった。しかし、彼の理論でも実際は $V_{rt} = V_0(1 - \epsilon^2)$ に対応する走時が補正の基準であり、かつ ϵ^2 が無視されている（この近似は散乱振幅の計算自体には影響しない）よって $c = V_0$ の可能性は否定される。