Si-P008　　会場：IM2　　時間：6月27日　17:30-19:00

ウェーブレットを用いた表現可能なWigner分布の直交基底の構成

Composition of orthogomal base of the representable Wigner distribution using wavelets

 # 本田　利器[1]
Riki Honda[1]

[1] 京大・防災研
[1] DPRI, Kyoto Univ.

時間的に変化する周波数成分を検出する手法として，解像度が高い手法として，Wigner分布がある．Wigner分布は好ましい特性を有する一方で，クロス項といわれる異なる周波数成分同士の干渉により生じる「ノイズ」のために逆合成が可能な（表現可能な）Wigner分布を構成することは非常に困難であり，また，ほとんどのWigner分布は表現可能性を有しない．ここでは，waveletを用いることにより，表現可能なWigner分布を構成する直交基底を構成できることを示し，また，これを用いた逆合成の精度について，数値計算例により検討する．

地震動は非定常性を有する時系列信号であり，その周波数成分の時間的変化などは非常に重要な情報である．時間的に変化する周波数成分を検出する手法として,一般に用いられている短時間フーリエ変換よりも解像度が高い手法として，Wigner分布がある．Wigner分布は，解像度が高く，また，時間-周波数空間上での周辺条件を満たすなどの好ましい特性を有する一方で，クロス項といわれる異なる周波数成分同士の干渉により生じる「ノイズ」のために利用が難しい面もある．そのひとつが，逆合成である．クロス項を逆合成が可能なように構成することはほとんど不可能であるため，一般には，逆合成が可能なWigner分布を構成することは非常に困難であり，また，ほとんどのWigner分布は表現可能性を有しない．実際の地震動の作成や対象とする現象を表すモデルの構築においてはその表現可能性を考慮すること無く時間周波数特性を設定することが多く,したがってそのような分布は表現不可能なものとなることが多い．

ここでは，waveletを用いることにより，表現可能なWigner分布を構成する直交基底が構成できることを示す．ここでは，簡単のため，信号として実部のみを有する時系列信号を考える．また，ウェーブレットとしては，例えば，Meyerのウェーブレットを考えることができる．いま，Wigner分布同士の内積を，二つのWigner分布の値の積を時間領域及び周波数領域の両者において積分することにより定義する．このとき，直交するウェーブレットのWigner分布同士の内積を考慮し，これにMoyalの公式を適用すると，これは直交性を満たすことが示される．よって，任意の時系列はウェーブレット係数を用いて直交基底で張られる空間内でのベクトルとして表現される．また，ここで定義した内積により，２つのウェーブレットの距離を定義することが可能になる．

以上より，ある想定する（表現可能とは限らない）Wigner分布に対し，このように定義される距離の意味で最も近い「表現可能な」分布を定義することができる．（これが，その直交基底で貼られる空間への射影として与えられることはあきらかである．）したがって，表現可能性を考慮せずに設定した任意のWigner分布に対して，最も近い時系列分布を構成することが可能になる．

以上で述べた手法は，実際の適用においては数値計算により算出する必要がある．また，Wigner分布の特性のため，離散データを扱う場合には，サンプリング間隔半分のデータを用いた計算が必要となるため，そのための補間などにより計算誤差が生じ，これが結果に影響を与える事が考えられる．したがって，ここでは，まず，逆合成可能なWigner分布に対して,ここで提案する手法により表現可能なWigner分布への射影を算出しその誤差を評価した．例えば，マザーウェーブレット（すなわちそのウェーブレット係数はデルタ関数になる）のWigner分布に対して算出した表現可能なWigner分布は多少誤差を含むもののおおむね真値を表現できることが示された．