

## 観測データのウェーブレット解析

### Wavelet Analysis of Observational Data

# 山田 道夫[1]

# Michio Yamada[1]

[1] 東大・数理科学

[1] Grad. School of Math. Sci., Univ. of Tokyo

実用的観点から見た時、ウェーブレットの第一の特徴は、展開の能率が良い点であり、データベースや模擬データの作成に有利である。ウェーブレット変換本来の特徴である時間周波数解析は、多くの地球科学的データの解析に用いられている。小スケールのノイズを除去し調べたいスケールの現象のみを抽出する、という特徴は、時系列データやレーダー画像の解析に応用されている。データ操作を伴うデータ解析においては離散ウェーブレット、特に直交ウェーブレットや双直交ウェーブレットが用いられる。このうち双直交ウェーブレットは比較的自由に設計可能なため、数値計算や観測データ処理に便利な関数形を選ぶことも行なわれている。

ウェーブレット解析はフーリエ解析の補完的な手法である。フーリエ解析より優れている点もあるが、そうでない点も多い。全面的にフーリエ解析にとって代わられるような道具ではない。ウェーブレット解析の数学的構成そのものがフーリエ解析を基礎にしているし、またウェーブレット解析はフーリエ解析の弱点を補う手法として生まれたという歴史的事情もある。

フーリエ解析では位置の情報は位相の形で入っているが、一般的に言ってこれをうまく取り出すことは大変難しい。wavelet 解析では、この位置情報が位相ではなく振幅に反映する量を構成するために、マザーウェーブレットと呼ばれる関数から平行移動とスケール変換によってウェーブレットと呼ばれる関数系を作り、これを展開関数として用いる。フーリエ変換がスケール変換のパラメータ(周波数)しか持たないのに対し、平行移動のパラメータ(時刻)も伴うことがウェーブレット変換の特徴であり、不確定性関係の制限内で、「特定の時刻における特定の周波数の成分」や「特定の場所における特定の波数の成分」について語る事が可能となる。

ウェーブレット変換には、平行移動とスケール変換のパラメータが連続変数である連続ウェーブレット変換と、離散変数である離散ウェーブレット変換がある。これらは数学的性格の点でかなり異なっているが、実的にはそれほど区別せず用いられることが多い。

実用的観点から見た時、ウェーブレットの大きな特徴は、展開の能率が良い点である。地上風や地震波などの記録を直交ウェーブレット展開し、大きな値をもつ展開係数のみを残した場合、全体の数パーセントもあれば、実際の要求に対して十分な再現が得られるようである。これは、元のデータそのものあるいはそれをフーリエ展開したものに比べて、かなり良い結果であり、データ圧縮の能率の良さを示している。この性質をデータベースや模擬データの作成に利用する研究も行なわれている。

ウェーブレット変換本来の特徴である時間周波数解析は、多くの地球科学的データの解析に用いられている。これは時系列などの1次元データや、レーダーなどによって得られる2次元画像データに対しても用いられている。観測画像を連続ウェーブレット変換することにより、小スケールのノイズを除去し調べたいスケールの現象のみを抽出する、というのが基本的方針だが、この方法を他の手法と組み合わせることによって、大気渦の検出や位置の同定、鉛直構造の検出などへの応用が可能である (Liu and Yamada, 2001)。

連続ウェーブレット変換は、展開関数が一次従属であるため、データ操作やフィルター処理には不向きである。このような目的のためには展開関数の一次独立性が保証されている直交ウェーブレットや双直交ウェーブレットが適しており、特に、時間周波数面において局在化したデータの訂正やフィルター処理を数学的に疑義なく行ないたいときには、これらのウェーブレットが使いやすいと思われる。

直交ウェーブレットは、満たすべき数学的条件が厳しいためそれほど自由に設計することができず、実際には、ウェーブレットのテキストに載っているものの中から選択して使用するのが普通である。これは、マザーウェーブレットは一意ではない、という(フーリエ解析にはない)メリットが十分生かされていない、ということでもある。これに対し双直交ウェーブレットは、満たすべき条件が直交ウェーブレットほど厳しくなく、関数形を比較的自由に決められる利点がある。例えば、数値計算に便利のように、ある種の作用素をブロック対角化する関数形を設計

することも可能である。地震波形の基線補正を念頭において、このような双直交ウェーブレットを用いた補正アルゴリズムも提案されている。これはウェーブレットを使用することによって、補正を行なう時間周波数領域を指定できる、という点に特徴がある(Sasaki and Yamada, 1997, 1998)。またこれとは別に、与えられた波形にできるだけ近い関数形をもつ離散ウェーブレットが設計できれば、観測データからの特定信号の検出とデータ操作に有利であろうと思われる。直交ウェーブレットでは、上にも述べたように数学的条件が厳しく、このような条件を満たす構成法は知られていないが、双直交ウェーブレットについてはその自由度を生かした設計法が試みられている(Yamada and Sasaki, 2001)。さらに、ウェーブレットは本来、実軸上や平面上の関数であるが、これを球面上に拡張することも試みられている。