

プラズマ物理におけるトポロジーの問題

Topology in Plasma Physics

吉田 善章[1]

Zensho Yoshida[1]

[1] 東大・新領域

[1] Grad. School Frontier Sci., Univ. Tokyo

<http://www.k.u-tokyo.ac.jp/ae/plasma/>

プラズマの非線形力学は、対流型非線形性によって生み出される複雑な現象に満ちており、その運動を具体的に式で表現することは不可能である（非可積分系という）。しかし、プラズマ中に形成される構造は、いくつかの「保存則」によって基本的な特徴が与えられ、その保存則はプラズマ中の電磁場や流れの場に係るトポロジカルな制約に関係付けられる。本論文は、トポロジーの数学的理論を使って、プラズマ中に自己組織化される構造を理解する方法を解説しようとするものである。

プラズマの非線形力学は、対流型非線形性によって生み出される複雑な現象に満ちており、その運動を具体的に式で表現することは不可能である（非可積分系という）。しかし、プラズマ中に形成される構造は、いくつかの「保存則」によって基本的な特徴が与えられ、その保存則はプラズマ中の電磁場や流れの場に係るトポロジカルな制約に関係付けられる。本論文は、トポロジーの数学的理論を使って、プラズマ中に自己組織化される構造を理解する方法を解説しようとするものである。

微分作用素 curl の固有関数を「Beltrami 場」と呼ぶ[1]。これは、様々なベクトル場のねじれ構造、らせん構造、偏波構造、組みひも構造などを特徴付ける基本的なベクトル場である。本稿では、Beltrami 場のいろいろな応用の中でも、とくに自己組織化の理論に焦点をあてる。一般の渦運動方程式において「ヘリシティー」の保存を示すことができるが、このヘリシティーはベクトル場の流れ線の絡み数に対応する量であり、ヘリシティーによって Beltrami 場の構造定数が決定される。

Taylor 緩和状態は、Beltrami 場の自己組織化を示す最も顕著な例である。プラズマの電流を駆動してヘリシティーを保持すると、プラズマは Taylor 状態を表す Beltrami 場へと緩和することが知られている。さらに、プラズマに強い流れを駆動すると、プラズマの緩和状態は Taylor 状態とは本質的に異なったものになる。2 流効果によってプラズマの流れ場と電磁場とが強く相互作用しあい、これは MHD 方程式に対する「特異摂動」として現れる[2]。この効果を発現させるためには、強いプラズマ流を保持する駆動力を与える必要がある。これは、プラズマ中に自己電場を与えること（非中性化）、あるいは強い圧力勾配を与えることに相当する。実際、流れをもつプラズマの緩和状態は、反磁性をしめすことがわかる。

2 流体モデルでは、Beltrami 条件は電子流体とイオン流体の双方に対して、それらの渦度と流れが平行になることを要求する。この条件は、2 つの Beltrami 場の線形結合で与えられる磁場及び流れ場（double Beltrami 場と呼ぶ）によって満たされることがわかる。この簡単な数学的構造にもかかわらず、double Beltrami 場は、極めて多様なプラズマの状態を記述できることがわかってきた。とくにプラズマ流の動圧によって強い反磁性構造を作ることができる。このような状態は、トカマクプラズマの H モードで観測される境界層の反磁性構造などを説明すると考えられる [3]。さらに、シヤー流を積極的に制御することによって、極めて高いベータ値をもつプラズマの平衡を形成できる可能性がある。

[1] Z. Yoshida and Y. Giga, Math. Z. 204, 235 (1990).

[2] S. M. Mahajan and Z. Yoshida, Phys. Rev. Lett. 81, 4863 (1998); Z. Yoshida and S.M. Mahajan, J. Math. Phys. 40, 5080 (1999).

[3] S. M. Mahajan and Z. Yoshida, Phys. Plasmas 7, 635 (2000).