

回転球面上の円領域における2次元流体運動

Flow pattern formation in turbulence in a circular domain on a rotating sphere.

谷口 由紀[1], 山田 道夫[2], 石岡 圭一[3]

Yuki Taniguchi[1], Michio Yamada[2], Keiichi Ishioka[3]

[1] 東大数理, [2] 東大・数理科学, [3] 東大・数理

[1] Mathematical Sci., Univ. of Tokyo, [2] Grad. School of Math. Sci., Univ. of Tokyo, [3] Graduate School of Mathematical Sciences, University of Tokyo

回転球面上の2次元非圧縮性流体の運動では、自転速度が十分に速いと帯状渦構造が出現することや極域に東風ジェットが形成されることなどが知られている。ここでは、回転球面上で円形の境界を持つ領域(丸池)の内部の流体運動を数値的に調べた。丸池が半球であるときについて、縦半球(半球の境界が経度線と一致)および南極を含む斜め半球(境界と赤道のなす角が45度)の場合の計算を行なった。初期場の流線が同心円の場合、流れのパターンが東から西へ移動する様子が観測された。また斜め半球のときは、乱流初期場から南極付近に西風周極ジェットが形成された。これは、領域が全球面の場合に東風周極ジェットが形成されることと対照的である。

回転球面上の2次元非圧縮性流体運動は、1978年にWilliamsによって高い対称性を課した強制乱流の数値実験が行われ、球面上に渦状構造が出現することが報告された。その後、1993年にYoden and Yamadaが対称性の仮定を外した数値実験を行ない、減衰乱流において、自転速度が十分に大きい場合、東風周極ジェットが形成されることや帯状の渦構造が出現することを示した。1997年Nozawa and Yodenは2次元強制乱流においても帯状渦構造が形成されることを確認し、最近では1999年にIshioka, Yamada, Hayashi and Yodenによって、減衰系で球自転速度が大きい場合、東風周極ジェットが出現するのは初期条件に依存しないことが確認され、減衰乱流での帯状渦構造の出現と初期エネルギースペクトルの関係が論じられている。

本研究では、このような研究を踏まえて、回転球面上の流体領域が境界を持つ場合、すなわち、回転球面上の「池」の中における2次元非圧縮性流体の流れのパターンを調べた。ここでは「池」の形状は円形のものに限定し数値実験を行ない、丸池内の流体運動について、流れ関数や渦度の時間発展について報告する。

流れのパターンは球面上の丸い池の大きさと位置に依存する(丸池が球面の半分以上を占める場合もあり得る)。そこで丸池の大きさと位置を任意に設定できるように、数値計算に当たっては、まず球面上の丸池の中心が球の頂点となるよう球面を回転した後、その頂点を基準とする等角写像によって丸池を平面単位円板に写し、この単位円板上でNavier-Stokes方程式を解いた。この変数変換の利点は、渦度方程式の非線形項とラプラシアンが類似の形式で変換され、写像後の方程式が流体方程式に近い形になることである。丸池の境界における境界条件はno slip条件を採用した。単位円板上では極座標を用いて、角度方向にフーリエ展開、動径方向にチェビシェフ多項式展開を行い選点法を用いた。時間積分はCrank-Nicolsonと4次のRunge-Kutta法を用いて行なった。

この報告では丸池の大きさを半球に限り、境界と経度線と一致する場合(縦半球)、および、境界が赤道と45度の角をなす場合(南極を含む斜め半球)、の2つの場合について述べる。初期場は、流線が同心円状のものと、乱数によって生成した乱流場の2つを用いた。粘性係数は0.01、球自転角速度は400(木星相当)とした。

丸池が縦半球で、初期場の流線が同心円の場合、時間発展と共に、南北対称の流れのパターンが東から西に移動していく様子が観察され西岸強化流も確認できる。この流れにおける拡散項、非線形項、コリオリ項の各L1ノルムの値は、流れ場において非線形項の効果が弱いことを示唆している。また同じL1ノルムを境界付近を除いた領域で求めた結果は、拡散項の効果が境界に集中していることを示している。

斜め半球については、初期場の流線が同心円の場合と乱流の場合の両方について数値実験を行った。その結果、初期場によらず、最終的には南極付近に周極ジェットが形成されることが観察された。このとき初期の流れの向きを逆転させると、同心円状の初期場の場合、形成される周極ジェットの向きも逆転する。これは流れ場がほぼ線形的に時間発展することを示すと考えられる。一方、初期場が乱流の場合は、初期の流れの向きを逆転したとき、形成される周極ジェットの向きは、初期スペクトルの形に依存することが見い出された。特にスペクトルピークが低波数域にあるときは南極付近に西風の周極ジェットが形成される傾向が強く、これは領域が回転球面全体の場合の2次元非圧縮乱流場で東風周極ジェットが形成されることと対照的である。