

並列有限要素法による回転球殻における熱対流シミュレーション - 角運動量保存則の検討 -

Investigation of Conservation of Angular Momentum in Parallel FEM Simulations for Thermal Convection in a Rotating Spherical Shell

松井 宏晃[1]

Hiroaki Matsui[1]

[1] RIST

[1] RIST

我々は並列有限要素法を用いた回転球殻における MHD シミュレーションコードを GeoFEM を用いて開発している。本研究ではこの並列有限要素法を用いて回転系において熱対流のシミュレーションを回転球殻および水平平板の場合について実施し、その角運動量保存についての検討を行った。

その結果、格子形状が単純な平板モデルにおいては重力方向の角運動量が保存された一方、球殻モデルにおいては角運動量が増加する現象が見られた。さらに、球殻モデルにおいて stress-free 条件を適用するためには、境界面を構成する要素について、境界面を平面と仮定してこの条件を適用した場合には、真の解とは異なる速度分布が実現されることが示された。

1. イントロダクション

地球磁場成因および外核における対流のダイナミクスの理解には、計算機シミュレーションが重要な位置を占めている。これまで、外核をモデル化した回転球殻における MHD シミュレーションではほとんどの場合において球面調和関数展開が適用されてきた。現在、我々は並列有限要素法を用いた回転球殻における MHD シミュレーションコードを大規模並列有限要素法のプラットフォームである GeoFEM を用いて開発している。計算機シミュレーションを用いて流体のダイナミクスを解明するためには、その計算精度を見積もることは計算結果を理解する上で重要であり、特に、回転系における流体のシミュレーションにおいては、角運動量保存則がどの程度満たされているかを検証しておく必要がある。そこで本研究では、回転系において磁場を考慮に入れない熱対流のシミュレーションを回転球殻および水平平板の2つのモデルについて実施し、その角運動量保存についての検討を行った。その結果、格子形状が単純な平板モデルにおいては重力方向の角運動量が保存されたのに対し、非構造格子を適用した球殻モデルにおいては角運動量が増加する現象が見られた。さらに、球殻モデルにおいて stress-free 条件を適用するためには、境界面を構成する要素について、境界面を平面と仮定してこの条件を適用した場合には、真の解とは異なる速度分布が実現されることが示された。

2. シミュレーションモデル及び手法

Boussinesq 近似を適用した流体に対し、回転系において熱対流によるシミュレーションを実施した。シミュレーションは、ブシネスク近似を適用した運動方程式、連続の式、熱伝導方程式を3次元、非定常問題として解いている。空間の離散化には、6面体 tri-linear 要素を用い、時間発展に際しては2次精度 Adams-Bashforth 法を用いた。並列計算を実施するに際して、領域分割法を適用し、球殻をシミュレーションを実施するプロセッサの数に分割している。シミュレーション空間は、水平平板モデルの場合、 z 軸負の方向の様な重力場を考え、 $z=-0.5$, $z=0.5$ の境界面は自由境界とし、 x , y 方向には周期境界条件を課し、初期値として、温度場に対し点擾乱を与え、時間発展を実施する。一方、球殻モデルの場合には、球殻の境界に対して、境界での各要素において、境界面が平面をなすと仮定した場合の自由境界条件を適用し、初期値として、 y , z 方向の角運動量をもつ剛体回転を与え、時間発展を行うことによって、角運動量保存則の検討を行った。

3. シミュレーション結果

1) 水平平板モデルの場合には、平板内における重力方向の各運動量成分空間で積分し、角運動量の検討を実施した。その結果、時間変動はあるものの、平均として角運動量の z 成分はおおむね保存されていることが示された。一方 2) 球殻モデルの場合には、初期値として与えた速度場以外の各運動量成分は空間解像度及びテイラー数 Ta に依存する各運動量が誤差として生じていることが確認された。さらに、初期値として与えた各運動量の大きさが大きく減少してしまう現象が生じた。また、その割合は空間解像度、及びテイラー数にほとんど依存しないという点もシミュレーション結果から得られた。この場合の速度場を検討した結果、速度分布が初期値として与えた解とは異なり、境界付近で速度場の法線方向の微分が0となる速度場が掲載された。このことから、この結果は境界面が各要素上で平面となると近似したために生じたものと考えられる。