

ウェーブレットを用いた Wigner 分布からの波形合成

Time series signal synthesis from Wigner distribution using wavelets

本田 利器[1], 大濱 吉礼[2]

Riki Honda[1], Yoshinori ohama@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp[2]

[1] 京大・防災研, [2] 京大工学部

[1] DPRI, Kyoto Univ., [2] Fac. Civil Engrg, Kyoto Univ.

時間的に変化する周波数成分を検出する, 解像度が高い手法として, Wigner 分布がある. Wigner 分布は好ましい特性を有する一方で, クロス項といわれる異なる周波数成分同士の干渉により生じる「ノイズ」のために逆合成が可能(表現可能な) Wigner 分布を構成することは非常に困難であり, また, ほとんどの Wigner 分布は表現可能性を有しない. ここでは, wavelet の Wigner 分布を基底とする空間への射影を用いることにより, 任意の Wigner 分布を近似できる Wigner 分布を持つ実信号を合成できることを示す. また, これを用いて, 実地震記録の時間周波数領域で分割し, その有効性を示す.

地震動は非定常性を有する時系列信号であり, その周波数成分の時間的変化は不可欠な情報である. したがって, 地震動の特性の把握, また地震動の合成等においてこれを考慮することは非常に重要である. しかし, フーリエ変換では

非定常性に関する情報は陽には得られない. そのため, そのような目的のためには, 短時間フーリエ変換などが一般に用いられている.

時間的に変化する周波数成分を表現(規定)する手法としては, 短時間フーリエ変換よりも解像度が高い手法として, Wigner 分布がある.

Wigner 分布は, 解像度が高く, また, 時間-周波数空間上での周辺条件を満たすなどの好ましい特性を有する一方で, クロス項といわれる異なる周波数成分同士の干渉により生じる「ノイズ」のために利用が難しい面もある. そのひとつが, 逆合成である. クロス項を逆合成が可能(表現可能な)ように構成することはほとんど不可能であるため, 一般には, 逆合成が可能(表現可能な) Wigner 分布を構成することは非常に困難であり, また, ほとんどの Wigner 分布は表現可能性を有しない. 実際の地震動の作成や対象とする現象を表すモデルの構築においてはその表現可能性を考慮すること無く時間周波数特性を設定することが多く, したがってそのような分布は表現不可能なものとなることが多い.

ここでは, wavelet を用いることにより, Wigner 分布から時系列信号を合成する手法について提案する. なお, 時系列信号としては, 解析信号を考える. ここで, 解析信号とは, 正の周波数成分のみを有する信号である. 任意の実信号と同じ実部を有する解析信号が存在する. また, 負の周波数成分を有しないため, その Wigner 分布は, 正の周波数領域の成分と負の周波数領域の成分の干渉によるクロス項を有しない, という好ましい性格を有する.

Wigner 分布の内積を, 二つの Wigner 分布の値の積を時間領域及び周波数領域の両者において積分することにより定義する. このとき, 直交するウェーブレットの Wigner 分布同士の内積を考慮し, これに Moyal の公式を適用すると, これは直交性を満たすことが示される. 表現可能な Wigner 分布は, この基底の張る空間に含まれる. 任意の Wigner 分布のこの空間への射影をとり, その内積の値からウェーブレット係数を算出し, 逆ウェーブレット変換を施すことにより時系列信号を合成することが可能となる.

なお, 本検討では, ウェーブレットとしては, Meyer のウェーブレットを用いる. これは, Wigner 分布の数値解析において, 同ウェーブレットが周波数領域でのコンパクトサポートであることが, 有利であるからである. なお, Meyer のウェーブレット自体は実信号であるが, ウェーブレット係数として複素数を考えるため, 一般性は失われない.

提案する手法では, ウェーブレットの Wigner 分布との内積等を数値計算により算出する必要がある. また, Wigner 分布の特性のため, 離散データを扱う場合には, サンプリング間隔半分のデータを用いた計算が必要となるため, そのための補間などにより計算誤差が生じ, これが結果に影響を与える事が考えられる. したがって, ここでは, まず, 簡単な Wigner 分布に対して, 提案する手法により時系列信号を合成し, その適用性を検討する. 具体的には 2 つの波形の波形を時間周波数領域で分割し, それぞれの波形と元波形(2波)とを比較し, その妥当性を示した. また, 地震動記録への適用性を検討するため, 関西地震連絡協議会により提供されている阿倍野の強震

記録に対して提案手法を適用し、主に実体波から合成される時間周波数領域とそれ以外の領域に分割し、その手法としての妥当性を示した。いずれの検討でも妥当な結果が得られており、提案する手法の有効性が示された。