

余震の b 値の事前確率分布

Prior distribution of b-value in Gutenberg-Richter formula for the aftershock sequence

岡田 正実[1], 伊藤 秀美[2]

Masami Okada[1], Hidemi Ito[2]

[1] 松代地震観, [2] 気象研・地震火山研究部

[1] Matsushiro Seismo. Obs., [2] Seismology and Volcanology Research Dep., M.R.I.

G-R 式の b 値が地震群によって異なるのは、各地震群で本来の値が違っていることと、偶然的な要因によって変動するためと考えられる。試みに、本来の b 値の確率分布（事前分布）がガンマ分布 Gamma (ϕ , ζ) であると仮定して、パラメータ値を最尤法で求めた。日本付近で発生した浅い地震の余震系列（43 例、静岡県地震対策課、1993）では、b 値の平均($=0.4343 \cdot \phi \cdot \zeta$)が 0.99、分散($=0.4343^2 \cdot \phi \cdot \zeta^2$)が 0.033 となった。尤度分布を見ると、平均はかなり精度よく決まっているが、分散（または ϕ 値）の精度は劣っている。分散を精度よく求めるには、 ϕ と同程度（30 程度？）またはそれ以上の余震を含む系列がかなりの数必要である。

【はじめに】 Gutenberg-Richter の式の b 値を宇津の方法で求めると、当然ながら各地震群によって多少異なる。b 値が散らばる要因としては、「本来の値が地震群によって異なっている」と、「偶然的な要因」によるものが考えられる。母集団の b 値を仮定し、ランダムサンプリングによる標本から得られる推定値の分布則は Utsu(1966)などによって求められている。しかし、前者の物理的な分散（b 値の事前確率分布）については知られていない。一方、余震の確率予測を行う際には b 値が必要であり、あらかじめ決められた標準値を使ったり、それまでに発生した限られた余震から b 値を推定したりしている。b 値の事前分布が利用できれば、ベイズ流の考えで従来の方法よりも信頼性が高い b 値推定が可能になり、予測精度の向上が期待される。

【方法】 b 値の事前確率分布として、取り扱いが容易なガンマ分布 Gamma (ϕ , ζ) を仮定し、各余震系列の（真の）b 値はこのガンマ分布に従うものとする。特定の余震系列については、個々の地震の M がその系列の b 値（真値）をパラメータとする母集団からランダムサンプリングで得られたものと見なす。余震系列ごとに ϕ , ζ を未知数とする尤度が定義できるので、複数系列の尤度は、それらの積として与えられる。未知数 ϕ , ζ は最尤法で求まる。ガンマ分布は平均が $\phi \cdot \zeta$ で、分散は $\phi \cdot \zeta^2$ である。以下の計算では、未知数として ϕ と平均 μ を使用した。なお、 $2 \cdot \phi$ がカイ 2 乗分布の自由度に相当する。

【結果】 静岡県地震対策課（1993）の報告書に日本付近で発生した浅い地震（本震）の余震系列（43 例）の b 値とその余震数 N（総数は 1563 個）が掲載されている。その表を用いて計算すると、最尤推定値が $\mu=2.29$, $\phi=30$ となった。これらの結果を b 値に換算すると、事前分布は平均が 0.99、分散が 0.033 となる。推定精度の目安をたてるために、対数尤度の差が 0.25 以内（ABIC で 0.5 以内）の範囲を採ると、 μ が 2.29 ± 0.07 、 ϕ が 23 ~ 40 となり、b 値では平均が 0.964 ~ 1.025、分散が 0.025 ~ 0.043 となる。また、日本内陸域の余震カタログ（伊藤・細野、1997）から、 $M > 3.95$ かつ $M > M_m - 2.55$ となる余震が 5 個以上ある余震系列（30 系列、余震総数 496 個）について μ と ϕ を求めると、 $\mu=1.99$ ($b=0.86$) と $\phi=62$ となった。 M_m は本震のマグニチュード。区間推定は、 μ が 1.99 ± 0.07 で、 ϕ は 23 ~ 100 以上となった。

【考察】 事前分布の ϕ 値（または b 値の分散）を精度よく決めるためには、ランダムサンプリングによる b 値の分散が事前分布の分散と同程度かそれ以下となる必要がある。S 個の地震から b 値を推定すると、ランダムサンプリングによる分散は $S \cdot S \cdot C / ((S-1) \cdot (S-2))$ であり、S の増加につれて C^2 / S 程度で減少する。C は母集団の b 値。一方、事前分布の分散は μ^2 / ϕ である。いろいろな余震系列の C 値の平均が μ であることを考慮すると、信頼できる ϕ 値を得るためには、余震数 S が ϕ と同程度（30 程度？）またはそれ以上となる余震系列がかなりの数必要である。今回使用したもので余震数が 30 以上となるのは、静岡県の資料が 16 系列で、日本内陸域が 3 系列である。