

有限要素法によるダイナモシミュレーションにおける誘導方程式の取り扱いの検討

Investigations of treatment of the magnetic field in a dynamo simulation using the FEM

松井 宏晃[1]

Hiroaki Matsui[1]

[1] RIST

[1] RIST

1. イントロダクション

1985 年以降、多くの回転球殻に対する MHD シミュレーションによって、地球磁場の特徴が再現されるようになった。しかし、これらのシミュレーションでは地球の外核において推定される無次元数とは大きく異なる値が適用されており、シミュレーションにおいて適用する無次元数をこの推定値に近付けるためには高い空間解像度が求められる。このことから、並列計算が地球ダイナモシミュレーションでは必要となるが、これまでのほとんどのダイナモシミュレーションでは、並列計算に適しているとはいえない球面調和関数展開が用いられてきた。このことから、我々は並列計算に適した有限要素法を用いた MHD ダイナモシミュレーションコードを作成している。有限要素法を用いた場合のダイナモシミュレーションにおける最大の問題点は、核-マントル境界において境界条件を満たしつつ磁場を時間発展させる点にあるが、本研究では有限要素格子を球殻外部にも設定し、磁場のベクトルポテンシャルを用いた定式化を用いて時間発展を行なうことによりこの問題を解決した。

2. 手法

外核をモデル化した電磁流体に満たされた回転球殻を考え、球殻の外部は絶縁体として考え、磁場の時間発展を誘導方程式によって解く。この際に問題となるのが球殻表面における磁場の取り扱いであり、ここには 2 つの問題が存在している。1 つは、絶縁体中のポテンシャル場により表現される磁場と、球殻内の磁場を境界において接続しなければならない点であり、もう 1 点は、この境界において磁場の境界条件を満たしつつ磁場を誘導方程式により時間発展させなければならない点である。これらの問題を取り扱うために、磁場のベクトルポテンシャルを用いた定式化を用い、有限要素格子を球殻内部だけではなく、球殻外部についても設定し、外部の電磁場についても解いている。すなわち、電磁流体中については誘導方程式を考え、外部の絶縁体中については、ベクトルポテンシャルの各成分に対するラプラス方程式を考え、これらを同時に解くことによって磁場を発展する。この手法を用いるために、時間発展には Crank-Nicolson 法を用いている。この手法の最大の利点は、ベクトルポテンシャルは球殻の境界においてその空間微分も連続であるために境界面における特別な処理が全く不要となり、計算手順が大きく単純化することが可能となった。本研究においては、球殻の厚さに対して 15 倍の半径を持つ空間を有限要素分割し、このシミュレーション空間の外側境界においてベクトルポテンシャルを 0 とする境界条件を無限遠方における電磁場の境界条件に対する近似として与えている。

3. テストシミュレーションの結果

本シミュレーションコードを用いて、キネマティックダイナモを解き、その結果を同様のシミュレーションを球面調和関数展開を用いたシミュレーションによる結果と比較して検証を行った。その結果、両者の計算結果の差異はは 3%程度であり、本シミュレーションコードにより妥当な結果を得られていると考えられる。今後は、このモデルを用いて 回転球殻内の MHD シミュレーションを実施する予定である。