

乱流中の流体線と面の伸張

Stretching of material lines and surfaces in turbulence

木田 重雄[1], 後藤 晋[2]

Shigeo Kida[1], Susumu Goto[2]

[1] 核融合研・理シミュ, [2] 核融合研

[1] TCSC, NIFS, [2] NIFS

<http://www.tcsc.nifs.ac.jp/kida>

乱流中では浮遊物質の混合や拡散などが活発になる。混合や拡散は、大気や海洋の浄化作用、液体燃料の燃焼効率などを通して実生活との関連が極めて深い。乱れた流れが与えられたとき、拡散や混合をいかに正確に予測するか、また、いかに効率よく制御するか、などの方法の開発が望まれるところである。

ところで、乱流による混合とはそもそもどのような現象なのであろうか。乱流中に微小な物質が多数浮かんでいる場合、個々の物質はランダムな変動を受け、それらの位置は複雑に変化する。たとえば、流れ領域を2つに分け、それぞれの領域に異なる物質を一様に分布させたとする。各物質は乱流変動により、互いに複雑に入り組むようになる。このとき、流れの中に有限の大きさの領域を任意にとると、その中には、2種類の物質がある割合で観察される。初期時刻では、有限領域（2つの領域の境界面は含まない）の中に、一方の物質のみしか含まれていなかったのに、これを乱流による2種類の物質の「混合」とみなすことができる。物質が十分に分布している場合、あるいは、一方の領域の流体に色を付けたとすると、これは流体自体の混合の問題になる。

混合の度合い、あるいは混合の活発度といったものが定量化できれば、混合過程の議論に有用である。しかし、上述の混合の割合は、流れの場所によって異なるのはもちろん、観察する領域の形や大きさにも依存するので、乱流混合効率の定量化はそう簡単ではない。ここでは、乱流中の流体線の伸張率や流体面の面積の増加率に着目して、混合の特徴づけを試みる。面積の重要性は、たとえば、燃焼率が燃料と酸素の接触面積に比例することからもうかがえる。

外力のある非圧縮ナビエ・ストークス方程式の数値シミュレーションで作られる定常等方乱流における流体線と流体面の变形や伸張率を調べる。有限距離だけ離れた2粒子間距離の時間変化と異なり、流体線そのものの長さの増加率は、それを構成する無限小線分の伸張率の平均になる。無限小線分に対して、乱流の速度場は、勾配がコルモゴロフ時間の逆数の程度である線形場で近似される。流体線の長さや面の面積はどちらも時間とともに指数関数的に増大し、どちらの伸張率も乱流のレイノルズ数には依存せず、それぞれ、 $0.17/(\text{コルモゴロフ時間})$ と $0.28 \sim 0.30/(\text{コルモゴロフ時間})$ の程度である（文献1）。

流体線の各部分は、そこでの流れの变形速度テンソルによって表される割合で、局所的な伸張を受ける。乱流変動は有限の相関時間をもつので、流体線の各部分を受ける伸張率は、有限の相関時間をもつランダム変数と考えられる。流体線がある有限時間に受ける総伸張率は、乱流の有限の相関時間 $[5(\text{コルモゴロフ時間})]$ の間の伸張を単位事象とするランダムマルコフ積過程とみなすことができる。マルコフ積過程の変数の対数は、マルコフ加法過程となるので、長時間の後には、その確率密度関数は正規分布に近づく（中心極限定理）。すなわち、伸張率の対数の任意の次数のモーメントは、極限の対数正規分布で計算したモーメントに一致する。しかし、伸張率そのもの（対数でなく）の平均値は、この対数正規分布を用いて計算したものと全く異なることに注意する。平均値に寄与する確率分布の部分では中心極限定理が適用できないからである（文献2）。では、伸張率の確率分布は一体どのような形になるであろうか。これは、乱流場の統計的性質に依存する。これを精度よく求めるためには、乱流の相関時間の数10倍以上の計算を要する。また、乱流中には管状旋回渦などさまざまな渦構造が混在しているが、流体線や面の变形や伸張が乱流場のどの部分で最も活発に起こっているかも議論する。

引用文献

1) S. Kida and S. Goto: Line statistics: Stretching rate of passive lines in turbulence. Phys. Fluids 14 (2002) 352-361

2) 木田重雄・柳瀬眞一郎 1999: 乱流力学（朝倉）116 頁脚注.