

3次元動弾性解析のためのボクセル有限要素法 (その3)

Voxel Finite Element Method for 3-D elastodynamic analysis (No.3)

藤原 広行[1], 藤枝 忠臣[2]

Hiroyuki Fujiwara[1], Tadaomi Fujieda[2]

[1] 防災科研, [2] 富士総研・解析 2 部

[1] NIED, [2] Comp. Eng., Fuji-ric

不整形地盤における地震波動場の3次元動弾性解析に対して、現時点で有力な手法として、時間領域での陽解法を用いた有限差分法と有限要素法がある。有限差分法の基礎方程式は微分方程式の形で表現された弾性波動方程式であり、有限要素法の基礎方程式は弱形式と呼ばれる積分方程式の形式で表現された弾性波動方程式である。数学的には、これらはある特殊な場合を除けば互いに等価である。しかし、数値計算を行う場合には、元の方程式を離散化する手法に依存して計算精度や計算効率が変わる。そのため、数値計算により問題の解決を目指す場合には、非常に技術的な問題とも言える最適離散化手法の選択が課題となっている。

本研究では、地震学研究分野において有限差分法と比較して大規模な地震動シミュレーションに用いられた実績の少ない有限要素法について、特にボクセル有限要素法と呼ばれる有限要素法のプログラムを開発し、計算精度や計算効率の観点から有限差分法と比較を行うことにより評価を行った。ボクセル有限要素法を採用した理由は、現時点で有限差分法と比較して競争力をもつ有限要素法として、ボクセル有限要素法が注目されているためである。これは、非構造メッシュ有限要素法は、汎用性に富み最適なメッシュ分割による計算が実現できる可能性を秘めているが、メッシュ生成そのものに大きな労力が必要であることと、非構造メッシュにより得られるマトリクス成分を全て記憶するために膨大なメモリー容量が必要となり、現時点で利用可能な計算機資源に対しては、有限差分法を用いて行われているような大規模な問題に対する計算が容易でないという理由による。

Zienkiewicz & Morgan(1983)によれば、差分方程式は、局所的に定義される形状関数を用いた重みつき残差法の特殊な場合として表現できることが示されており、これにより有限差分法で用いられる作用素は、一般の有限要素法の作用素のある特別な場合として位置付けられることになる。このような考え方をもとに、時間領域陽解法の有限要素法と有限差分法を比較すると、両者共に離散化後の方程式の形は、ほぼ同じ形式のマトリクスとベクトルの積の形となり、それぞれの作用素を表現しているマトリクスの性質の違いが両者の違いを決定していることがわかる。

本研究では、ボクセル有限要素法の数値分散、安定性、計算量等の基本的な計算性能の評価を行い有限差分法と比較した。数値分散については、線形補間によるボクセル有限要素法は、2次精度差分と同程度となり、1波長あたり10メッシュ以上の要素を必要とする。時間進展に対する数値的安定性は、スタッガードグリッド有限差分法よりも3倍大きくできることが数値実験により確認できた。一方、現時点でのプログラムコードにおける計算量は、2次精度有限差分法の4~7倍程度となっている。ただし、理論的考察からはボクセル有限要素法の計算量は、剛性マトリクスの構成法を工夫することにより、さらに半分以下に押さえられる可能性がある。