

フーリエ展開および子午面空間差分による地球ダイナモの数値計算

A numerical method for geodynamo simulations based on Fourier expansion in longitude and finite difference in meridional plane

桜庭 中[1], 大石 裕介[2], 浜野 洋三[3]

Ataru Sakuraba[1], Yusuke Oishi[2], Yozo Hamano[3]

[1] 東大・理・地球惑星科学, [2] 東大・理・地球惑星, [3] 東大・理・地球惑星物理

[1] Dept. of Earth and Planetary Science, Univ. of Tokyo, [2] Earth and Planetary Sci., univ. of Tokyo, [3] Dept. Earth & Planetary Physics, Univ. of Tokyo

地球のダイナモ作用を数値シミュレーションで再現しようという研究はこれまでに数多く報告されている。そのような研究ではおもに二つの計算手法が用いられてきた。一つはすべての変数を球面調和関数展開した上でスペクトル係数の時間発展方程式を解くというスペクトル変換法である。この手法は (1) 比較的精度がよい, (2) 導体 絶縁体境界でのポロイダル磁場の境界条件を簡単に表現することができる, などの長所をもつが, いっぽうで (3) ルジャンドル関数展開に関するスペクトル変換に計算時間を要する, という短所もあわせもつ。空間一次元あたりの自由度 (スペクトル係数の個数) を N とおくと, スペクトル変換の計算量は N の 4 乗に比例する。もうひとつの計算手法は差分法や有限要素法などの局所的計算手法である。この場合は (1) 比較的精度が悪い, (2) 導体 絶縁体境界での磁場の境界条件を表現するのが難しい, などの短所はあるけれども, (3) 計算量は N の 3 乗に比例するので計算が速い, という利点がある。このようにスペクトル法と局所的計算手法とはお互いに長所と短所とをもっており, どちらが有利な計算手法であるかは問題のサイズや計算機の性質などにも依存しており一概には言えない。

われわれは現実の地磁気の挙動を理解するために, 地球のコアがもっている物性値になるべく近いパラメータをもちいたダイナモモデルを構築しようとしている。そこではたとえば N が 1000 を超えるような高解像度シミュレーションが必要とされ, スペクトル法の計算量の多さは計算の実行の足かせとなる。局所的計算手法を用いれば計算時間はかぜげるが, 磁場の境界条件に関する問題点があり, なんらかの工夫が必要である。そこでわれわれは経度方向に変数をフーリエ展開した上で, スペクトル係数の時間発展方程式を子午面空間差分によって解く手法を開発している。この手法では計算量は N の 3 乗にさらに $\log(N)$ を乗じたものに比例するので, 従前のスペクトル変換法よりは計算量が少ない。いっぽう空間微分に関する精度はフーリエ展開している分だけ従前の局所的計算手法よりはよるしい。また導体 絶縁体境界での磁場の境界条件についてもそれほど計算量を増やすことなく表現することが可能である。また基本的にはフーリエ展開の各展開次数ごとに計算を行えばよいので計算の並列度も比較的高いと思われる。講演会ではテスト計算にもとづく計算性能の比較, 磁場の境界条件の精度などについて発表するつもりである。