

## 境界要素法による亀裂動力学シミュレーションの数値誤差評価：自己相似な 2 次元面外剪断亀裂問題の場合

Evaluation of numerical errors in the BEM modeling of crack dynamics: the case of self-similar 2-D anti-plane shear cracks

勝俣 紀幸[1], # 多田 卓[1], 安藤 亮輔[2], 篠崎 祐三[3]

Noriyuki Katsumata[1], # Taku Tada[1], Ryosuke Ando[2], Yuzo Shinozaki[3]

[1] 東京理科大・工・建築, [2] 東大・地震研, [3] 東理大・工・建築

[1] Dep. Architecture, Fac. Engng., Tokyo Univ. Sci., [2] ERI, Univ. of Tokyo, [3] Architecture, Science Univ. Tokyo

弾性媒質中における亀裂の動力学挙動の数値シミュレーションにおいては、問題を時空間に関して離散化することが避けられないため、離散化に伴う数値誤差の存在についてはつねに念頭に置いておく必要がある。本研究では Cochard and Madariaga (1994) が開発し Tada and Madariaga (2001) が拡張した、2次元無限均質媒質中に存在する平面状亀裂の動力学問題を時空間領域で解くための境界要素法を例として取り上げる。自己相似な面外剪断亀裂問題をこの境界要素法によって解き、その結果を既知の解析解と比較することにより、離散化に伴う数値誤差の大きさを評価する。

$y$  座標に依存しない 2次元の無限均質弾性媒質を考え、無限遠方で作用する  $yz$  成分応力のもとで、時刻  $t=0$  に座標系の原点で発生した面外剪断亀裂が  $x$  軸上を双方向に  $S$  波速度の 0.8 倍の一定速度で伝播するものとする。簡単のため、摩擦の効果を無視し、亀裂面上に応力は作用しないものと仮定する。これは時間スケールと空間スケールを同時に同じ倍率で拡大・縮小しても不変の形を持つ、いわゆる自己相似問題の一種であり、このような亀裂のまわりに生じる  $yx$ ,  $yz$  成分応力の場合は、Kostrov (1964) によって解析的に与えられている。このうち  $yz$  成分は複素平面上の積分の形でしか表現できないため、これをガウス求積法により数値的に評価した。

一方で Cochard and Madariaga (1994) の境界要素法により、上記のような自己相似亀裂のまわりの応力場を数値シミュレーションにより求めた。これは亀裂面を等間隔の離散要素に分割した上で、モデル時間についても等間隔の離散化を行い、個々の時空間離散要素の内部では亀裂面上のすべり速度が一定値を取るという「区分 0 次」(棒グラフ状) 近似を適用して、すべり速度分布と亀裂まわりの応力場とのあいだに成り立つ境界積分方程式を解く手法である。離散化のため、本来一定速度でなめらかに進んでいるはずの亀裂の先端は、特定時刻において 1 要素長分ずつ、不連続に前進するものとしてモデル化されている。

亀裂全体の要素分割数がそれぞれ 24 個および 48 個に達したときの、媒質中の応力の  $yx$  成分と  $yz$  成分、および最大剪断応力方向の分布を解析的および数値的に計算し、結果を比較した。最大の数値誤差は亀裂先端の直近に現れているが、それ以外にも、亀裂面上の応力降下の大きさに匹敵するほどのかなり大きな数値誤差が、亀裂先端付近から亀裂側方にかけての広い空間的範囲に、幾重もの円弧状になって周期的に出現しているのが見られた。後者の現象は、数値シミュレーションにおいて亀裂先端が断続的・間欠的に伝播するものと近似したこと起因する、応力波の影響であると考えられる。2 種類の異なる要素分割数に対して、数値誤差の相対的な大きさにはほとんど違いが見られなかった。

以上の観察により、本研究で用いた境界要素法に基づく亀裂動力学シミュレーションにおいては、離散化の際に亀裂先端が断続的に前進するものと取り扱うことで発生する応力波の影響で場所によっては数値誤差の効果がかなり大きく、特に亀裂先端付近で顕著になっていることが判明した。要素分割数が増しても計算精度の大きな改善には至らなかったため、この種の数値シミュレーションにおいては誤差の影響をつねに念頭に置かなければならないことが改めて確認された。