

複素ウェーブレット変換を利用した小スパンアレイデータ波形コヒーレンシー評価法(2) ウェーブレット変換手法を中心として

The Coherency Estimate Method of Short Span Array Wave Data which uses Complex Wavelet Transform, part 2.

松林 弘智[1], 金折 裕司[2]

Hirotooshi Matsubayashi[1], Yuji Kanaori[2]

[1] 山口大大学院, [2] 山口大・理・地球科学

[1] Univ.of Yamaguchi, [2] Earth Sciences, Yamaguchi Univ

はじめに

前回の発表で小スパンアレイ解析のための新たなコヒーレンシー評価法の提案を行った。そのコヒーレンシー評価手法に用いるウェーブレット変換手法として Matching pursuit [Mallet(2000), 戸田(2001)]を拡張した複素ウェーブレット変換の手法を作成した。しかし前回の発表の複素ウェーブレット変換の概念をそのままプログラム化・計算の実行に複雑なアルゴリズムと計算資源が必要であったため、「高速アルゴリズム」[Chui(1997), 戸田(2001)]の導入と複素ウェーブレット変換への拡張を行った。本発表では、複素ウェーブレットアルゴリズムと適用例を中心としての発表を行う。

なお本研究で使用するウェーブレット関数は、直交関数である Meyer(メイエ)関数である。このウェーブレット関数およびスケーリング関数を選択した理由は、周波数領域にてシンプルな形状の領域で定義され、変換後の信号の周波数帯域が明示できる為である。

アルゴリズム

スケーリング関数 $fsc(t)$ 、ウェーブレット関数 $fwt(t)$ の間の two-scale relation は、

$$fsc(t) = p(k)fsc(2t-k) \quad fwt(t) = q(k)fsc(2t-k) \quad (p, q \text{ は係数列}) \dots 1$$

fwt は直交基底を成す場合(本研究では Meyer 関数)、

$$[fwt(2^m t), fwt(2^n t)] = 0 \quad (\text{但し } m \neq n) \dots 2$$

$$[fwt(2^m t), fwt(2^n t)] = 1 \quad (m = n)$$

$$[fwt(2^m t), fsc(2^n t)] = 0 \quad (m = n)$$

([]は内積を示す。以降同様)

スケーリング関数の一意的分解は以下の式で表される[Chui(1997)]。

$$fsc(2t) = (a(k)fsc(t-k) + b(k)fwt(t-k)) \quad (a, b \text{ は係数列}) \dots 3$$

以上より、あるスケーリング($2^n = 2$ の n 乗)のスケーリング関数にて変換された時系列データ $xsc(t)$ は、 $n-1$ 乗スケーリングの「スケーリング係数」と $n-1$ 乗スケーリングの「ウェーブレット係数」の和で表される。

$$xsc(t) = C(k)c(t-k) + D(k)d(t-k) \dots 4$$

ただし、 $x(t)$ は時系列データ。 $c(k)$ は「スケーリング係数」でスケーリング関数の相互相関。 $d(k)$ は「ウェーブレット係数」でスケーリング関数とウェーブレット関数の相互相関。式を以下に示す。

$$xsc(t) = [x(t), fsc(2^n t)] \quad c(k) = [fsc(2^{n-1} t), fsc(2^n t - k)] \quad d(k) = [fwt(2^{n-1} t), fsc(2^n t - k)] \dots 5$$

この式の処理結果、ウェーブレット変換 $D(k)$ が得られる。 $C(k)$ は低周波のスケーリング成分で、次の低周波数でのウェーブレット変換のデータ $xsc(t)$ となる。

以上が基本アルゴリズムである[Chui(1997), 戸田(2001)]。

この手法に関して複素ウェーブレット変換へ拡張を行った。

式 5 の第 3 式を複素拡張して以下を得る。

$$dr(k) = [\text{Re}(fwt(2^n t)), fsc(2^n t - k)] \quad di(k) = [\text{Im}(fwt(2^n t)), fsc(2^n t - k)] \dots 6$$

複素ウェーブレット変換の処理の流れは以下のようになる。

まず、 $dr(k)$ を $d(t)$ と見なして、式 4 の処理を行う。 $dr(k)$ 成分の抽出位置を記録する。この処理で $Dr(k)$ が得られ、実数域のウェーブレット変換結果となる。

次に抽出位置で虚数域ウェーブレット成分の抽出をする。2 種類の成分が得られる可能性があるが、その場合は $xsc(t)$ のパワー減少が大きな方の振幅値を選択する。こうして虚数域ウェーブレット変換 $Di(k)$ が得られる。

あらかじめ決めておいたレベルまで $xsc(t)$ のパワーが下がるまで、この処理を交互に繰り返す。

以上が、高速複素ウェーブレット変換の手法である。