任意の波動場を孤立線形力学系の周波数・波数応答関数として計算する汎用手法

General method of computing the wave fields in heterogeneous structure as a frequency wavenumber response characteristics

熊澤 峰夫[1]; 鶴我 佳代子[2]; 茂田 直孝[3]; 中島 崇裕[4]; 永井 亨[5]
Mineo Kumazawa[1]; Kayoko Tsuruga[2]; Naotaka Shigeta[3]; Takahiro Nakajima[4]; Toru　Nagai[5]

[1] ＪＮＣ・東濃; [2] サイクル機構; [3] サイクル機構・東濃地科学センター; [4] サイクル機構・東濃地科学センター; [5] 名大・情連基セ
[1] Tono, JNC; [2] JNC; [3] JNC, TGC; [4] Tono Geoscience Center, JNC; [5] ITC, Nagoya Univ.

[はじめに]

地震や火山などテクトニックな場の挙動予測に遠隔観測が実効を持つためには、精密な構造解析と状態監視が平行して行われなければならない。的確にその目的に適うには、物質の構造敏感特性を反映する分散性波動を観測でき、かつそのデータを解析できる手立てを要する。アクロスはそのための観測手法として開発してきたものである。しかし、分散性媒質中の波動場計算方法(順問題解法)は未開拓であるから、信頼性のある構造解析(逆問題)はできない。これを解決するアプローチとして、われわれは波動方程式を「離散的線形力学系のシステム関数」に変換し、その「周波数・波数応答関数」を求めるという計算方式を案出した。これは、同じコードで電磁波と弾性波に適用できる。しかしこの理論はあまりにも簡単なので、その妥当性が疑われていたが、１次元問題の数値計算によって有効であることが確認できた。ここでは、その考え方を述べ、これ以降の一連の発表で、具体的な内容とその進展を逐次報告することになる。

[線形力学系の伝達関数としての波動支配方程式の構造]

時間 t 空間 x における外力 e(t,x)で励起する波動場 w(t,x)は波動方程式；

$$D(f,k,p1(x),p2(x))w(t,x)= e(t,x) \qquad (1)$$

で与えられる。D は、空間の関数である二つの物質定数 p1, p2 および時間と空間の 2 回偏微分演算子を含む演算子、k は波数である。p1, p2 は、slowness S(x)と impedance Z(x),および impedance step DZ(x)の空間分布で書ける。

波動場の表現には、4 通りの変数の取り方(t と f、x と f)の場合の数に対応して 4 点通りある。

w(t,x)：走時曲線＝イベント解析におけるレイパスの観測量
w(f,x)：周波数領域における波動記述＝アクロスの観測量
w(t,k)：波数モードの時間変化=馴染みが薄いが、重要な量
w(f,k)：分散曲線＝物理としてわかり易い基本的な波動記述　　　(2)

である。有限個離散系では、この 4 者の間はフーリエ変換で可逆的に変換できる。周波数 f と波数 k を指定すると、式(1)は、各点 x で次のように書ける。

$$e(f,x) = D(f,k,x)w(f,x) \qquad (3a)$$

一般に w と e は互いに比例するベクトルだから、D は 2 回のテンソルである。D の逆 R(f,k,x)（＝D(f,k,x)^{-1}）が計算できれば(3a)は次式になる。

$$w(f,x) = R(f,k,x)e(f,x) \qquad (3b)$$

式(3a)と(3b)は共に f,k,x 座標上の一点の支配方程式である。これらをフーリエ変換により波動場の支配方程式に変換する。まず変数 a を変数 b に変換するフーリエ演算子を F(b,a)、その逆演算子を I(a,b)として、w と e を周波数・波数空間での表現に変換する。e(f,k')=F(k',x)e(f,x); w(f,k)=F(k,x)w(f,x)。式(3a)と(3b)における変数ｘをフーリエ変換で波数に変換すると、w(f,k)と e(f,k')の間は相互に畳込み積による比例関係になるが、その比例係数は、行列 D(f,k',k)（＝F(k',x)D(f,k,x)I(k,x)）とその逆行列 R(f,k,k')（＝F(k,x)R(f,k,x)I(k',x)＝D(f,k',k)^{-1}）を用いた掛け算で表現できる。

$$e(f,k') = \sum_k D(f,k',k)w(f,k) \qquad (4a)$$

$$w(f,k) = \sum_{k'} R(f,k,k')e(f,k') \qquad (4b)$$

(3a)と(4a)は、波動場を入力とした場合の出力を励起とする線形力学系の表現である。(3b)と(4b)は、励起を入力とした場合の波動場出力を記述する。ここで得られた R(f,k,k’)は「周波数・波数応答関数」と呼ぶべき線形力学系のシステム関数である。この R(f,k,k')を計算できれば、(2)の故に目的を達したことになる。

[数値計算法とその現状]

媒質の構造に不連続がある系で、微分方程式を離散的線形力学系の式に変換するには若干の数学的技巧を要する。それは、不連続を離散座標のグリッドにおき、超関数の理論を用いて微分を実行する。現時点では、１次元問題で式(1)から D(f,k,x)を求め、D(f,k,k')に変換し、その逆行列の計算から(4b)の R(f,k,k')を得る計算方法が確立できている（永井他、本合同学会)。この計算方式をそのまま３D 問題に適用するのは計算量が多く現実的ではないので、更なる検討を行っている。