微動水平動からレーリー波，ラブ波を識別するための一般的定式化

General formulation of a method to identify Rayleigh and Love waves in horizontal-component microtremors

# 長 郁夫[1]
Ikuo Cho[1]

[1] 地盤研究財団
[1] G.R.I.

概要: 微動水平動成分の円形アレイデータからレーリー波やラブ波の分散特性，到来方向を抽出するための新しい方法を開発した. 定式化の本質は，微動上下動のアレイ解析に関する Henstridge (1979)のアイデアに基づく. 我々はそれを水平動の場合に拡張した. この方法は Aki(1957),岡田・松島(1989)あるいは盛川(2003)の方法を特殊な場合として含むような一般性を有する.

定式化： 円形アレイの円周上(r=r)または中心点(r=0)で得られた微動水平動(EW,NS)成分から動径方向(r)成分，接線方向(θ)成分(R(t,r,θ),T(t,r,θ))に変換する. R(t,r,θ),T(t,r,θ)を時間 t ごとに θ についてフーリエ級数展開しそのフーリエ係数を求める(例えば，T(t,r,θ)→T1(t,r),T2(t,r),...). ここまでの定式化をＲ成分について概観すると以下のようになる. すなわち,

R(t,r,θ)＝R_Rayl(t,r,θ)+R_Love(t,r,θ). (R 成分はレーリー波とラブ波の寄与の和で表される)

ただし,

R_Rayl(t,r,θ)＝ ∫∫∫cos(φ-θ)exp{-iωt-irkcos(φ-θ)}ζ_Rayl(dω,dk,dφ),(ζ は積分スペクトル)

R_Love(t,r,θ)＝－∫∫∫sin(φ-θ)exp{-iωt-irkcos(φ-θ)}ζ_Love(dω,dk,dφ).

R(t,r,θ)を θ に関してフーリエ級数展開した時の m 次フーリエ係数 R_m(t,r)は，代数計算によれば,

R_m(t,r) ＝ ∫∫[A_{m-1}(rk)+A_{m+1}(rk)]exp{-iωt}ζ_Rayl_m(dω,dk)
+i∫∫[A_{m-1}(rk)-A_{m+1}(rk)]exp{-iωt}ζ_Love_m(dω,dk).

ただし，A_m(rk)＝πexp{-imπ/2}J_m(rk) (Jm は第 1 種 m 次ベッセル関数). また ζ_Rayl_m(ω,k) は ζ_Rayl(ω,k,φ)を φ に関してフーリエ級数展開した場合の m 次フーリエ係数である.

同様にして，T(t,r,θ)を θ に関してフーリエ級数展開した時の m 次フーリエ係数 T_m(t,r)は(途中省略),

T_m(t,r) ＝ -i∫∫[A_{m-1}(rk)-A_{m+1}(rk)]exp{-iωt}ζ_Rayl_m(dω,dk)
+∫∫[A_{m-1}(rk)+A_{m+1}(rk)]exp{-iωt}ζ_Love_m(dω,dk).

このフーリエ係数 R_m(t,r),T_m(t,r)は一般に複素数の時系列である. これらを適当に組み合わせてパワあるいはクロススペクトル密度をとる. 組み合わせ方により，レーリー波，ラブ波の特性の分離あるいは位相情報の除去がなされる.適当にスペクトル比をとれば振幅情報が除去される. こうして我々は所望の表面波の特性を抽出することができる. 例えば T_0(ω,r1)，T_0(ω,r2)のパワスペクトル密度をそれぞれ P(ω,r1),P(ω,r2)とすると,

P(ω,r1)/P(ω,r2)＝F: E T_0(t,r1)T_0'(t+s,r1) /F: E T_0(t,r2)T_0'(t+s,r2)
....
＝J1**2(r1 k_Love(ω))/J1**2(r2 k_Love(ω)).

ただし F:はフーリエ変換,E は期待値操作，'は複素共役を表す. 導出において微動は均質定常で基本モードが卓越しレーリー波,ラブ波は無相関と仮定した.さて上式右辺は，２種類の半径で「円環」アレイ観測を行いそれぞれ T0 成分のパワスペクトルをとって比にすれば得られる.従ってあとは SPAC 法と同じようなやり方でラブ波の波数を推定できる.

従来法と比較しての優位性： 上記例では描きつくせないがこの新しい定式化には以下の着目すべき利点がある.

○ ラブ波あるいはレーリー波の分散特性を抽出するために必ずしも上下動成分を必要としない.
○ 必ずしもレーリー波,ラブ波のパワー比を同定しなくて良い.
○ 必ずしも中心点の記録を用いなくて良い.
○ ラブ波あるいはレーリー波の到来方向を抽出できる.
○ この場合もやはり必ずしも中心点の記録を用いなくて良い.
○ アレイ設計(地震計数，配置の不均等性)やノイズに対するロバスト性に関する定量的な評価が可能となる.