新しいノーマルモードの計算法

A new calculation method of normal mode eigenvalue problem

小林 直樹[1]
Naoki Kobayashi[1]

[1] 東工大・理工・地球惑星
[1] Earth and Planetary Sci, TiTech

http://www.geo.titech.ac.jp/~shibata/

近年，海洋も含めた固体地球と大気の共振動現象が観測されるようになってきた．例えば，ピナツボ火山の噴火の際には周期 270 秒前後の単色な表面波が観測されているが, 大気中で励起された表面波として解釈されている．また，我々が解析を行なってきた常時自由振動でも大気音波モードとブランチがクロスする　0S29 の振幅に超過振幅が見られること, 地震による音波の発生や電離層を伝わるレーリー波の観測事例など固体地球と大気の結合が多々観測されている．

このように大気の存在は固体地球の振動を記載する場合にも無視できない場合があり，大気を含んだ地球や惑星の自由振動（ノーマルモード）の計算が必要となってくる．しかし，大気は必ずしも振動エネルギーを閉じ込めるしっかりした蓋とはならない. そのため, 大気まで含めると固体モードでさえ, 高層大気にエネルギーが散逸し，本質的に散逸する振動系となる．即ち複素固有値問題となる．非散逸系では固有値（固有周波数）は実数となり，実軸上で根を探せば十分であるが，大気モードまで含めると複素数面上で固有値を探すことになる．それゆえ効率的に固有値を計算する手法が必要となる．今回，散逸する振動系における複素固有値問題を効率的に計算する手法を開発したので報告する．

固体地球のノーマルモードの計算法の主要なものはシューティング法により片側の境界条件を満足する基本解を数値積分していき，反対側の境界条件に適合する周波数を探す。この際，固有周波数は境界条件から得られる特性関数の根となり，固有周波数は特性関数の実根を探す問題に帰着する．実根の場合は 2 分法などで根をすばやく収束させることが可能であるが，散逸系だと複素数面上で根を探さねばならないため一般には計算量が増大する．一方，陽震学などでは緩和法を用いてノーマルモードの計算を行なっている．緩和法では差分化した連立運動方程式に対して，適当に与えた仮の固有値，固有関数の補正を固有関数の規格化条件の下で逆問題として解く．初期値が真の解に近ければ非常に速く収束するし，固有値が実数であるか複素数であるかで労力は変わらない．今回報告する方法では，緩和法と同様な基礎方程式から出発するが，固有値，固有関数の初期値を必要とせず，多自由度な固有値問題を局所的な小自由度な固有値問題にして計算する．そのため，緩和法のように適当な初期固有値，固有関数を用意する必要がないこと, シューティング法とは異なり複素数固有値を緩和法的に自発的に収束させられるという特徴を持っている．また，数値積分法では高次数の表面波の場合数値誤差による指数的な誤差の増大が起こりうるが今回の方法はそうした波動場に対しても大変安定して解を求めることが可能である. 例えば津波モードのように本質的に地表付近に局在する波動でも地球中心付近から固有関数を計算して求めることが可能である．

講演では本手法を解説した後，大気音波と結合した固体モード，周期 0.5 秒までの月の自由振動などの計算例を紹介する．