

# 亀裂動力学の数値シミュレーションにおける誤差の評価 2次元自己相似亀裂問題

Evaluation of errors in the numerical simulation of crack dynamics - the case of self-similar 2-D anti-plane shear cracks -

# 勝俣 紀幸[1]; 安藤 亮輔[2]; 多田 卓[1]; 篠崎 祐三[3]

# Noriyuki Katsumata[1]; Ryosuke Ando[2]; Taku Tada[1]; Yuzo Shinozaki[3]

[1] 東京理科大・工・建築; [2] 東大・地震研; [3] 東理大・工・建築

[1] Dep. Architecture, Fac. Engng., Tokyo Univ. Sci.; [2] ERI, Univ. of Tokyo; [3] Architecture, Science Univ. Tokyo

断層動力学の本質的な特徴に迫ろうとする理論的な基礎研究においては、より理想化した条件下で弾性媒質中に存在する亀裂を考え、その動的挙動を数値的にシミュレートすることが広く行われている。その際、問題を時空間に関して離散化することが避けられない。

本研究では、2次元無限均質媒質中に存在する自己相似な平面状面外（モードIII）亀裂の問題を例に取り上げ、これを境界積分方程式法で解くことにより媒質中の応力および変位速度の場を計算する。こうして得られた数値解を既往の解析解と比較することにより、離散化に伴う数値誤差の大きさを見積もろうとするものである。

y座標に依存しない2次元の弾性体力学問題において、すべり（亀裂をはさんだ変位の不連続）がy方向に起こる面外問題について考える。無限等方均質媒質中にこのような面外すべりを起こさせるため、初期状態において面外せん断応力を無限遠方で作用させる。この媒質中で、ある時刻に座標系の原点において発生した亀裂が、x軸上を+x及び-xの双方向に一定速度で伝播するものとする。なお簡単にするため、摩擦の効果を無視し、亀裂面上に応力は作用しないものと仮定する。

以上に設定した亀裂問題は、いわゆる自己相似問題の一種である。このような亀裂のまわりに生じる応力の $y_x$ 成分、 $y_z$ 成分、変位速度のy成分、xz平面内での最大せん断応力の方向および亀裂面上のすべりに注目し、これらを解析的および数値的に計算し、両者の結果を比較する。

自己相似亀裂によって作られる応力および変位速度場の解析解はKostrov (1964) および菊地 (1976) によって与えられているが、このうち応力のyz成分は複素平面上の積分の形でしか表現できないため、これをガウス積分法により数値的に評価した。

一方、応力および変位速度の数値解はCochard and Madariaga (1994) が開発しTada and Madariaga (2001) が発展させた、2次元無限均質媒質中の平面状面外亀裂の動力学問題を時空間領域で解くための境界積分方程式法によって計算した。離散化のため、本来定速度でなめらかに進んでいるはずの亀裂の先端は、特定の時刻において空間グリッド間隔  $\Delta x$  ずつ不連続に前進するものとした。

離散化に伴って亀裂先端が断続的に進展するようモデル化することにより発生する応力波のため、亀裂まわりの応力場、変位速度場の数値計算結果が場所によってかなり大きな影響を受けることが明らかになった。特に個々のサンプル点において、応力の各成分の値から計算で求められる最大せん断応力の方向に対しては、数値誤差の影響がきわめて深刻であった。このため、亀裂の自発的進展のシミュレーションなど最大せん断応力の方向を利用した数値計算においては、数値誤差の影響をつねに十分に念頭に置かなければならないことが確認された。一方で、亀裂面上のすべり量に対する数値誤差の影響は、亀裂先端部付近を除き比較的軽微であった。

本研究で行った数値実験の範囲内では、亀裂の破壊速度を変化させても数値誤差の大きさや現れ方には特徴的な変化は見られなかったが、空間離散化における亀裂の分割数を増すとともに計算精度には著しい向上が見られた。ただ、応力の個別成分に対する計算精度は向上しても、応力波の局所的な影響のため、最大せん断応力の方向の空間的分布の乱れ具合には目立った改善が見られなかった。

本研究で用いたものと同種の数値解法は、2次元面内問題や3次元問題、さらには非平面状亀裂の問題にまで拡張定式化され広く使用されているため、本研究で得られた誤差評価の結果はこうした関連諸研究にも示唆を与えるものと期待される。