

回転系の方程式のオイラー的導出法について

Eulerian Derivation of Rotating Geophysical Equations

陰山 聡 [1]; 兵藤 守 [2]

Akira Kageyama[1]; Mamoru Hyodo[2]

[1] 海洋機構; [2] 地球シミュレータセンター

[1] JAMSTEC; [2] ESC

<http://www.es.jamstec.go.jp/esc/research/Solid/members/kage/index.ja.html>

これは研究というよりも教育的な内容の論文である。同じようなことは誰かが既にやっているに違いないと思うが、ここに書いてある内容を記した文献やウェブサイトを見つけることはできなかつたし、少なくとも教育的にはまとめておく価値は十分あると思うのでここに報告する。

地球は自転しているので、地球流体現象や地球電磁気現象を考える際には、地球と共に回転する座標系で考えるのが便利である。回転系は慣性系ではないので（慣性系でのみ成り立つはずの）古典物理の方程式をそのまま使うことは本来できない。だが、それではあまりに不便なので、古典物理の基礎方程式がそのまま回転系でも成り立つように、非物理的な「見かけの力」にそのしわ寄せを押しつける。流体力学の場合、この見かけの力はコリオリ力項と遠心力項の二つとなって現れる。磁場の誘導方程式の場合には興味深いことに回転系の誘導方程式は慣性系とまったく同じである。つまり「見かけの電磁誘導」の項は存在しない。「見かけの力」の形や、「見かけの電磁誘導」の不在は自明ではなく、証明を要する。普通その証明には、流体粒子の概念を使った、いわばラグランジュ的な方法が用いられる。我々が調べた全ての文献ではコリオリ力等の導出にこのようなラグランジュ的手法が用いられていた。

しかし、ラグランジュ的な導出法は、一見簡単そうに見えて、実はよく分からないところがある。そもそも、慣性系におけるオイラー的な場の方程式から、回転系におけるオイラー的な場の方程式を導出するのに、なぜいったんラグランジュ的な考えに迂回しなければならないのか？ また、回転系の電磁場の方程式を導出するのに、流体「粒子」(?)のような非物理的な概念がなぜ必要になるのか？

回転系の方程式を導くには、単に静止系から回転系への座標変換をすればいいだけのはずである。その方が少なくとも概念的には直接的であり、学生にとっても理解しやすいのではないだろうか？

本論文で紹介するのは、回転系への座標変換と局所的なガリレイ変換に基づいたそのようなオイラー的な導出法である。慣性系の方程式から回転系の方程式を導出するための一般的な変換則を示す。この変換則を流体の方程式に適用するとコリオリ力項と遠心力項が導出される。マクスウェル方程式に適用すると「見かけの電磁誘導」が存在しないことが証明できる。

参考文献：

A. Kageyama and M. Hyodo, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, in press; arXiv:physics/0509004