

破壊エネルギーのサイズ依存性を階層的自己相似な断層帯の幾何から導く

Derivation of scale dependency of fracture energy from a hierarchical self-similar geometry of fault zones

大槻 憲四郎 [1]

Kenshiro Otsuki[1]

[1] 東北大・理・地学

[1] Earth Sci., Tohoku Univ.

地震の自己相似性については多くの議論があるが、最近 Yamada et al. (JGR, v.110, B01305, 2005) は南アフリカ金鉱山で発生した微小地震 (M は 0.8 ~ 1.4) を解析し、このように小さな地震に至るまで破壊エネルギー G は地震のサイズに線形にスケールされることを確認した。他方、Otsuki and Dilov (JGR, v.110, B03303, 2005) は、断層帯幾何は階層的に自己相似であり、このことから地震のサイズ分布および地震モーメントが震源核のサイズの 3 乗に比例するという 2 大経験則を導くことができることを示した。

以下に、破壊エネルギーのサイズ依存性もフラクタルな断層帯の幾何学から導くことができることを示す。考えの基本は、『断層は fault segment と jog が階層的に入れ子になっていて、破壊がある階層ランク $i+j$ の jog から開始し、より上位の階層 i までの segment+jog を破壊しつくして階層ランク i の jog で停止する。平均的な破壊エネルギーは、破壊された全ての jog の体積密度 (長さ × 幅 × 厚みの ab 乗/破壊域の面積) に比例するだろう』というものである。

Otsuki and Dilov (2005) は断層帯の前長 L_0 、任意の階層ランク k の segment の長さ $LS(k)$ 、segment の総数 $NS(k)$ 、jog の長さ $LJ(k)$ 、jog のステップ・オーバー距離 $TJ(k)$ 、jog の総数 $NJ(k)$ との関係を実験による断層の幾何学から導いた。ここでは L_0 を $LS(i)$ に変え、後者と $LS(i+j)$ 、 $NS(i+j)$ 、 $LJ(i+j)$ 、 $TJ(i+j)$ 、 $NJ(i+j)$ などとの関係式に書き改めなければならない。また、Otsuki and Dilov (2005) は、断層面に直交し、すべりベクトルに平行な面内での 2 次元観察に基づくものだったが、ここではこれを 3 次元に拡張する。その際、segment の幅 $WS(k)$ についても自己相似的で、 $r \times LS(k)$ と仮定する。さらに、jog の幅 $WJ(k)$ も定義しなければならないが、対応するランクの segment の幅と等しいと仮定する。

以上のことから、以下の関係が導かれる。

- (1) $LS(i+j) = CSL^j \cdot LS(i)$
- (2) $NS(i+j) = CSL^{-2j}$
- (3) $LJ(i+j) = CJL^j \cdot LS(i)$
- (4) $TJ(i+j) = CJT \cdot CSL^{a(j-1)} \cdot LS(i)^a$
- (5) $NJ(i+j) = (1-CSL) \cdot CSL^{-j}$
- (6) $WJ(i+j) = r \cdot CSL^j \cdot LS(i)$

ランク $(i+j)$ の jog は $NJ(i+j)$ 個あるが、先の仮定に従えば、そのうちの 1 個を破壊する破壊エネルギーは $LJ(i+j)WJ(i+j)$ に比例し、かつ $TJ(i+j)$ の b 乗に比例する。したがって、ランク $(i+j)$ の全ての jog を破壊するエネルギー $E(i+j)$ は、以下の式で表される。

$$(7) \quad E(i+j) = c \cdot LJ(i+j) \cdot WJ(i+j) \cdot TJ(i+j)^b \cdot NJ(i+j)$$

破壊領域であるランク i の segment 1 個には j が 0 から無限大までの jog が入れ子になって含まれているから、それらの和をとり、ランク i の segment 1 個の面積 $rLS(i)^2$ で除したものが、地震学でいう破壊エネルギー G に相当するだろう。式 (7) に式 (3) から (6) を代入すると、

$$(8) \quad G(i) = c \cdot CJT \cdot (1-CSL) \cdot \left[\sum_{j=0}^{\infty} CSL^{ab(j-1)} \cdot CJL^j \right] \cdot LS(i)^{ab}$$

を得る。

$CSL (=0.343)$ 、 $CJL (=0.0935)$ 、 $CJT (=0.0456)$ 、および $a(=0.642)$ は定数であり、 b も定数だと仮定しているので、式 (8) 右辺の [] の前の項と中と [] の中の項は定数である。従って、破壊領域の破壊エネルギー G は、破壊領域の長さ $LS(i)$ の ab 乗に比例して増加することになる。これが結論である。

上の議論は、 G が jog のステップ・オーバー距離 $TJ(i+j)$ の b 乗に比例すると仮定して進めてきた。仮にこれが正しいとしても、 b の値は分からない。Otsuki and Dilov (2005) によれば、 a は 0.642 なので、破壊エネルギー G が地震のサイズに線形にスケールされなら、 b は 1.5 程度にならなければならない。これは妥当であろうか？