弱い離散的不均質による散乱減衰に関する Born 近似解と Foldy 近似解の等価性

Equivalence of the Born- and Foldy-approximated solutions for scattering attenuation due to weak discrete inhomogeneities

河原 純 [1]
Jun Kawahara[1]

[1] 茨城大・理
[1] Faculty of Science, Ibaraki Univ.

リソスフェアのランダムな不均質性による地震波の散乱減衰を予測する主な理論は２つある。一つは、媒質の弾性波速度と密度に弱いランダムな摂動を仮定し（いわゆるランダム媒質）、それによる 1 次散乱エネルギーを Born 近似で評価するものである（Chernov 1960）。その際、摂動は自己相関関数により記述する。Chernov の理論は安芸敬一博士のグループによって地震学に導入され、走時補正の概念が付加されるなど独自の発展を遂げた（Aki & Richards 1980; Sato & Fehler 1998）。もう一つは、多数の離散的不均質（浮遊粒子、気泡、介在物など）のランダム分散系におけるコヒーレントな波動伝播と多重散乱過程を平均場近似下で扱うもので、その１次近似解は Foldy (1945) によって与えられた。Foldy の理論は Kikuchi (1981) によって地殻亀裂群による散乱に応用され、その有効範囲が議論されている（河原 2001）。

ランダム媒質の散乱減衰は平均場近似でも求めることが可能である（Karal & Keller 1964）が、その結果は（走時補正の無い）Born 近似解と一致することが証明されている（Wu 1982）。逆に、離散的不均質分布を自己相関関数で記述して散乱減衰の Born 近似解を求めることも形式上可能であり、分布が十分に疎で、かつ不均質と周囲の基質との物性的コントラストが十分に低ければ、Foldy 近似解と同等の（事実上正確な）結果を与えるはずである。しかし実際にそれを証明した例は見当たらないように思われる。そこで、特定の単純な離散的不均質分布モデルに関して両近似解の等価性を確認してみた。なお、ここは走時補正は考慮しない。

ここでは単一サイズの 2 次元円形介在物の一様ランダム分布による SH 波の散乱減衰を考える。ただし媒質の空間平均 S 波速度が基質の S 波速度 c0 と一致するよう、介在物の半数の速度を c0+dc, 残りは c0-dc（$0 < dc \ll c0$）と仮定する。密度摂動はさしあたり無いものとする。また Foldy 近似が正しい結果を与えるよう、分布は十分に疎であると仮定する。円形介在物の散乱振幅は Pao & Mow (1973) によって解析的に与えられており、Foldy 近似解の計算は直接的である（河原 2001）。一方、Born 近似解の導出は Aki & Richards (1980) の方法に従い、介在物分布の自己相関関数には Stoyan et al. (1995) の厳密解を用いた。計算の結果、散乱減衰の 1/Q 値に対する両近似解は $dc/c0 \rightarrow 0$ の極限で高度に一致することが示され、一般には Rayleigh-Gans 散乱域（$ka < c0/dc$,　k は波数、a は介在物半径）で両者がよく合うことも確認された。これより高波数側で Foldy 近似解は減少に転じるが、散乱体の離散性（あるいは摂動の位相スペクトル特性）を考慮しない Born 近似解は増加を続け破綻する。以上の結論は弱い密度摂動を加えても変わらない。

Aki & Richards, Freeman, 1980.
Chernov, McGraw-Hill, 1960.
Foldy, Phys. Rev., 67, 1945.
Karak & Keller, J. Math. Phys., 5, 1964.
河原, 地震 2, 54, 2001.
Kikuchi, PEPI, 27, 1981.
Pao & Mow, Crane Russak, 1973
Sato & Fehler, Springer, 1998.
Stoyan, Kendall & Mecke, Wiley, 1995.
Wu, Wave Motion, 4, 1982.