

線形粘弾性体の等価定理：弾性解と時間無限大粘弾性解の関係

Equivalence theorem of linear viscoelasticity: Completely relaxed viscoelastic solution and the associated elastic solution

深畑 幸俊 [1]; 松浦 充宏 [2]

Yukitoshi Fukahata[1]; Mitsuhiro Matsu'ura[2]

[1] 東大・理・地球惑星; [2] 東大・理・地球惑星科学

[1] Dept. Earth and Planet. Science, Univ. Tokyo; [2] Dept. of Earth & Planetary Science, Univ. of Tokyo

地球は、地震波のような短い時間スケールの変動に対しては弾性体とみなして良いが、数年以上の時間スケールの変動に対しては、アセノスフェアの粘性緩和が重要となるため、第一次近似的にも弾性-粘弾性層構造物体として取り扱う必要がある。

地表面荷重や断層運動などに対する線形粘弾性物体の応答は、一般に対応原理 (Lee, 1955; Radok, 1957) を基に得ることができる。即ち、線形粘弾性体の解は、対応する弾性問題の解から、ラプラス空間においては、直ちに得ることができる。しかしながら、実空間の解を得るには、ラプラス空間で得られた解にラプラス逆変換を施さなければならない。これは、通常かなり煩雑なプロセスであり、解析的に解を求めるのが困難なことも珍しくない。

ところで、ある粘弾性物体に何らかの変動が生じた場合、その変動は粘弾性的な性質により時間と共に緩和されていく。その際、緩和の途中段階ではなく、緩和が完了した最終状態だけ得られれば十分なことがよくある。粘性緩和が完了した最終状態の解を求めるには、ラプラス変換の最終値の定理を使うのが便利である。この定理によって、実空間における時間無限大の解とラプラス空間上の解を結び付けることができる。

本発表では、このラプラス変換の最終値の定理と線形粘弾性体の対応原理を併せて用いることにより、線形粘弾性体の時間無限大の解が、対応する弾性問題の解から直ちに得られることを数学的に示す。我々はこの数学的関係を等価定理と名付けた。等価定理から、以下のような事柄が帰結される。

弾性体と一種類の Maxwell 粘弾性体がある場合 (弾性的リソスフェアと粘弾性的アセノスフェアの典型的モデル)、時間無限大の解は、対応する弾性解で粘弾性部の剛性率をゼロとしたものに厳密に一致する。これは、粘性緩和完了後、粘弾性体が差応力を全く支えられないということの意味する。例えば、弾性的リソスフェアと粘弾性的アセノスフェアが層構造を成しているモデルを考えたとき、粘性緩和完了後には、弾性リソスフェアは、水に浮かぶ板のように応答する。また、時間無限大の解は、粘弾性体の粘性率には全く依存しない。粘性率は、粘性緩和の速度を律するのみで、最終状態には何ら影響を与えない。

弾性体と複数の Maxwell 粘弾性体がある場合 (弾性的上部地殻、粘弾性的下部地殻、粘弾性的アセノスフェアの一つの典型的モデル)、時間無限大の解は、再び、対応する弾性解で粘弾性部の剛性率をゼロとしたものに厳密に一致する。しかし、この場合には、粘弾性部の剛性率ゼロの極限を計算する際に注意が必要である。具体的には、Maxwell 粘弾性物体間の剛性率の比が、対応する粘弾性物体間の粘性率の比に等しいという条件を満たしつつ剛性率ゼロの極限を取らなければならない。つまり、Maxwell 粘弾性体が複数ある場合には、最終状態は粘弾性体の粘性率に依存する。

Maxwell 粘弾性体に限らず、任意の弾性-線形粘弾性複合物体について、等価定理は適用できる。等価定理によって、煩雑な粘弾性計算を経ずに答を得ることができるため実用性は極めて高い。発表では、計算結果についてもいくつか示す。なお、本研究は、98年地震学会秋季大会で「Maxwell 粘弾性問題における等価定理」と題して発表した研究の一般化である。