

消磁グラフの直線回帰の誤差

Error of linear regression on demagnetization plots.

渋谷 秀敏 [1]

Hidetoshi Shibuya[1]

[1] 熊大・理

[1] Dep't Earth Sci., Kumamoto Univ.

古地磁気学において、段階消磁を用いて多成分の磁化を分解することは、今や通常のルーチンになっている。それぞれの成分の方位は直線回帰で求めるのであるが、Kirschvink (1980) によって、PCA (Primary Component Analysis) として定式化された方法が広く使われている。Kirschvink は消磁の点列の各座標成分の相関行列を対角化し、最大固有値に対応する固有ベクトルを回帰直線の方位とした。その信頼度の目安として、中間固有値と最小固有値の和と最大固有値の比の平方根の逆正接を MAD (Maximum Angular Dispersion) と名付けて示しているが、誤差の表式を与えていない。そこで、本研究ではその誤差について検討する。

Kirschvink の統計で仮定されている系は、直線上に並んだ、等方的な 3 次元正規分布の誤差を持つ点列である。その残差の二乗和を最小にする直線が PCA の与える回帰直線となる。座標回転によって、正しい方位が x 軸上にあるとしても、一般性を失わない。回帰直線の x 軸となす角を考えると、各点の誤差の分散が十分小さい時には、その自乗平均 a^2 が

$$a^2 = \text{MAD}^2 / (N-2)$$

で与えられることを導ける。この分散を持つ 2 次元正規分布の累積度数分布から、信頼度 P の信頼限界 a_P が

$$a_P = \sqrt{-\ln(1-P)} * a \quad (P=95\% \text{ の時 } 1.73 * a)$$

であると分かる。この結果は、数値シミュレーションでも、支持された。