

回転球殻内におけるBoussinesq熱対流の有限振幅パターンの安定性と伝播方向について

Stability and propagating direction of finite amplitude Boussinesq thermal convection in a rotating spherical shell

木村 恵二^{1*}, 竹広 真一¹, 山田 道夫¹

Keiji Kimura^{1*}, Shin-ichi Takehiro¹, Michio Yamada¹

¹京都大学数理解析研究所

¹Res. Inst. Math. Sci.(RIMS), Kyoto Univ.

恒星や巨大惑星の内部および地球型惑星の流体核では、内部に存在する熱源や外部からの冷却によって天体規模の熱対流が引き起こされていると考えられている。回転球殻内におけるBoussinesq熱対流問題は、これらの熱対流現象の性質を調べるもっとも基本的な問題である。

回転球殻内における熱対流の発生点(臨界点)については、50年にわたって解析的にも数値的にも多くの研究がなされており、臨界パラメータや臨界点での対流パターン(臨界モード)が広いパラメータ領域で報告されている。有限振幅の熱対流パターンについても数値時間積分によって調べられているが、その方法の限界から広いパラメータ領域での解の探索が難しく、調べられているパラメータ領域は限られている。そのため解の大域的な振る舞いはよくわかっていない。

したがって本論文では、回転球殻内の熱対流がもつ基本的な性質を理解するため、数値時間積分ではなくNewton法を用いて有限振幅の熱対流パターンを求め、その安定性を体系的に調べた。特に、比較的低い空間解像度で解が表現できる、球殻の回転が比較的遅い場合に注目する。これは、計算機資源を節約して大規模な系統的行列計算を可能にするためである。

内側の球と外側の球の半径比とPrandtl数はそれぞれ0.4と1に固定する。これらはともにこれまでに行われてきている研究で標準的に用いられている値である。回転角速度の2乗に比例するTaylor数は 52^2 から 500^2 まで、Rayleigh数は臨界Rayleigh数からその約1.3倍まで変化させた。このパラメータ領域では、Taylor数が小さいときには臨界モードが回転とは逆方向(西向き, retrograde)に伝播し、Taylor数が十分大きいときには臨界モードが回転と同じ方向(東向き, prograde)に伝播することが知られている。しかし、この伝播方向の遷移メカニズムや、その遷移に伴う対流パターンの変化についてはよくわかっていない。さらに、有限振幅の定常進行波解の存在やその位相速度もよくわかっていない。

そこで我々はまずTaylor数を増加させたときの臨界モードの変化とその位相速度について詳しく調べた。その結果、位相速度は連続的に変化し、対流構造も連続的に変化することがわかった。Taylor数が小さいときには、球面調和関数 Y_l によって表される子午面構造をもつ対流セルは球殻に沿う構造をしているが、Taylor数を増加させるにつれて、対流セルが徐々に回転軸方向に伸びた構造に変化する。この位相速度の連続的な変化は、対流セルの子午面構造によって引き起こされる渦の伸縮作用によって説明できる。

次に、超臨界のパラメータ領域において有限振幅の定常進行熱対流パターンを探索し、その安定

性を調べた。この有限振幅の定常進行波解は、Rayleigh数が臨界Rayleigh数からその約1.3倍程度の間で安定に存在することが明らかになった。その位相速度は、Taylor数が小さいときにはRayleigh数の増加とともに連続的に増加するが、Taylor数が大きいときには連続的に減少する。特にTaylor数が 340^2 から 500^2 の領域では、Rayleigh数の増加とともに位相速度が正(prograde)から負(retrograde)へと変化する。この位相速度の減少は、熱対流の非線形相互作用によって誘起される平均帯状流によって対流パターンが移流されることによると理解できる。

キーワード:分岐,位相速度,平均帯状流

Keywords: bifurcation, phase speed, mean zonal flow