

回転球殻内における Boussinesq 熱対流による平均帯状流生成メカニズム Mean-zonal-flow generation in Boussinesq thermal convection in a rotating spherical shell

木村 恵二^{1*}, 竹広 真一¹, 山田 道夫¹
Keiji Kimura^{1*}, Shin-ichi Takehiro¹, Michio Yamada¹

¹ 京都大学数理解析研究所

¹ Res. Inst. Math. Sci.(RIMS), Kyoto Univ.

恒星や巨大惑星の内部および地球型惑星の流体核では、内部に存在する熱源や外部からの冷却によって天体規模の熱対流が引き起こされていると考えられている。回転球殻内における Boussinesq 熱対流問題は、これらの熱対流現象の性質を調べるもっとも基本的な問題である。この熱対流問題は前世紀中頃 Chandrasekhar によって系が提唱されて以来、半世紀以上にわたって解析的にも数値的にも多くの研究がなされてきた。しかしこれら多くの研究にもかかわらず、臨界点から分岐した解の熱対流パターンやその安定性といった、熱対流の分岐構造についての基礎的な性質は依然として明らかでない。

そこで我々は、臨界点から分岐し経度方向に伝播する(非線形)定常進行波の安定性と分岐構造を調べた。その結果、内殻と外殻の半径比が 0.4, Prandtl 数が 1 の場合, Taylor 数が 52^2 から 500^2 の範囲では、臨界点から、経度方向に伝播する経度方向基本波数が 4 の定常進行波(TW4)が分岐し, Rayleigh 数 Ra が $Ra_c < Ra < 1.2 Ra_c - 2Ra_c$ (Ra_c : 臨界 Rayleigh 数)の範囲で安定であることを見出した [1]。さらに、この定常進行波の伝播方向は、臨界点近傍では Taylor 数の増加とともに retrograde から prograde に変化するが、Taylor 数が大きい場合、Rayleigh 数が臨界点から増大するとき、prograde から retrograde に再び変化することが分かった。前者の臨界点近傍における伝播方向の変化は渦の伸縮メカニズム [2] により物理的に説明されるが、後者の定常進行波の伝播方向の変化は、振幅の増大した解の非線形効果によって赤道中央付近に強い retrograde な平均帯状流が生成され対流セルが移流されるためであると考えられる。

本研究では、この有限振幅の定常進行波の伝播方向を決定する要因である平均帯状流が生成されるメカニズムを、数値的な弱非線形解析を用いて調べる [3]。対象とするパラメータ領域は以前の研究と同様、内殻と外殻の半径比を 0.4, Prandtl 数を 1 とし、Taylor 数は 52^2 から 860^2 の範囲である。この領域では臨界点から TW4 が分岐する。

まず、回転系における静止状態のまわりで支配方程式を線形化して臨界モードを求め、この臨界モードを非線形項に代入して、誘起される二次的な平均流と温度分布を数値的に計算した。ただし非線形項は運動方程式 (Navier-Stokes 方程式) の移流項 3 項とエネルギー方程式 (熱方程式) の移流項 1 項の計 4 項存在するが、それらを

- (1) 運動方程式経度方向成分,
- (2) 運動方程式余緯度・動径方向成分,
- (3) エネルギー方程式,

の 3 つに分類する。各非線形項の平均帯状流生成メカニズムは、

- (1): レイノルズストレスによる子午面内での角運動量輸送によって平均帯状流が生成,
- (2): レイノルズストレスにより引き起こされる平均子午面循環に対してコリオリ効果が作用することで平均帯状流が生成,
- (3): 対流の熱輸送により生じる二次的な平均子午面温度場の緯度傾度によって誘起される平均子午面循環に対してコリオリ効果が作用することで平均帯状流が生成,

となる。

(1)-(3) の各非線形項が生成する平均帯状流をそれぞれ計算しその強さを比較した。今回調べたパラメータ領域では、Taylor 数が大きい場合に赤道中央付近に見られる強い retrograde な平均帯状流の生成にもっとも大きく寄与しているのは上記の (3) のエネルギー方程式の非線形項であり、(1) と (2) の運動方程式の非線形項の寄与に比べて数倍大きいことが見出された。

[1] 木村恵二, 竹広真一, 山田道夫, 京都大学数理解析研究所講究録 1724, pp.200-211 (2010)

[2] S. Takehiro, J. Fluid Mech., Vol.659, pp.505-515 (2010)

[3] S. Takehiro, Y.-Y. Hayashi, *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, Vol.90, pp.43-77 (1999)

キーワード: 分岐, 定常進行波, 平均帯状流, 弱非線形解析

Keywords: bifurcation, traveling wave, mean zonal flow, weakly nonlinear analysis