

面積の歪みと角の歪みのバランスを考慮した地図投影法の設計方法 Designing method of map projections balancing area and angular distortion

神谷 泉^{1*}

Izumi Kamiya^{1*}

¹ 国土交通省国土地理院

¹ Geospatial Information Authority of Japan

1. はじめに

歪みの全くない地図投影法は存在しない。そこで、これまで、種々の地図投影法が提案されており、地図投影法は、面積、角、長さ、方位等の要素の正確さをもって設計され、あるいは評価されてきた。微小な範囲に注目し、その範囲における合同変換との差異にのみ注目すると、地図投影法を評価する要素は、面積と角のみで十分である。そこで、本研究では、全球の投影法で、面積の歪みと角の歪みのバランスをとった地図投影法を提案することを最終目標とし、本発表では、その設計手法についての検討結果を報告する。なお、本研究では、地球を球として扱う。

ところで、既存の地図投影法では、元来点である極が線として表現される場合があることをみてもわかるとおり、極における歪みが軽視されてきた。これは、人間活動が少ない極を正確に表現したいという要請が少なかったためと解釈される。しかし、近年惑星探査が盛んとなり、地球以外の惑星の地図も作成されるようになってきた。惑星においては、元来人間活動がないため、人間活動の少ない極を無視あるいは軽視することが適当ではない。そこで、本研究では、極を含む全球において、面積の歪みと角の歪みのバランスをとるものとする。

2. 面積と角の歪みの定義

投影前後の面積を S 、 S' 、投影前後の角を A 、 A' とすると、地図学においては、面積の歪みは S'/S (面積拡大率)、角の歪みは $A'-A$ (角の誤差) と定義されている。この定義に従った面積の歪みは、最小化すべき対象ではない。また、この定義に従った角の歪みは、1度が2度に変換された場合と、100度が101度に変換された場合の評価が同じであり、最小化すべき対象として適切ではないと判断する。

ところで、ある量 X が X' になったとすると、通常、 X の歪みは $(X'-X)/X$ として定義される。そこで、本研究では、 $E_{S0} = (S'-S)/S$ 、 $E_{A0} = (A'-A)/A$ をもとに、面積の歪みと角の歪みを評価するものとする。Tissotの指示楕円が描ける場合、その長軸半径を m_1 、短軸半径を m_2 とすると、 $E_{S0} = m_1 m_2 - 1$ となる。また、ある点における $|E_{A0}|$ の最大値は、 $E_A = m_1/m_2 - 1$ (短軸方向の微小角の場合) となる。

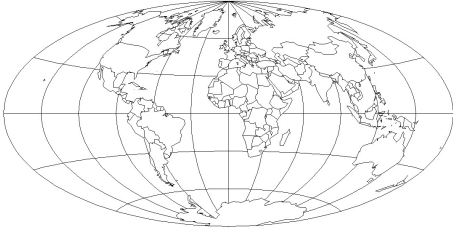
3. 評価基準

$|E_{S0}|$ の値は、 k 倍拡大の場合と、 $1/k$ 倍縮小の場合で等しくない。 k 倍拡大と、 $1/k$ 倍縮小を等しく評価するため、 $E_S = \max(S'/S, S/S') - 1 = \max(m_1 m_2, 1/m_1 m_2) - 1$ を導入する。本発表では、 E_S と E_A の重み付き 2 乗和 $w_S E_S^2 + w_A E_A^2$ の全球平均 L を最小化する図法を検索する。ただし、 w_S と w_A は、面積の歪みと角の歪みのバランスをとるためのパラメータで、 $w_S + w_A = 1$ とする。 $w_S = w_A$ の場合、2 倍の等角な変形、1/2 倍の等角な縮小、縦 2 倍横 1/2 倍の等積な変形の評価が等しくなる ($L=4.5$ に相当する)。なお、重み付の 2 乗和が適切な評価基準であるか否かは、今後の課題とする。

4. 適用例

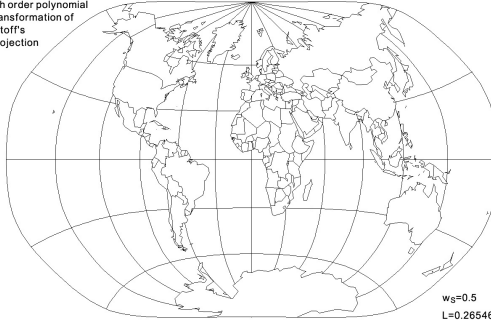
予備的な結果として、Aitoff 図法を 9 次多項式で変換した地図投影法の中で、 L を最小とする図法を検索した結果を図に示す。なお、数値積分は、5 度ステップで行った。

Aitoff's projection



$L=0.960981$
($w_0=0.5$)

9th order polynomial transformation of Aitoff's projection



$w_0=0.5$
 $L=0.265465$

キーワード: 地図投影法, 設計, 面積の歪み, 角の歪み, バランス

Keywords: map projection, design, area distortion, angular distortion, balance