

両側球の3軸回転を許容する回転球殻内の Boussinesq 熱対流問題 Triaxial rotation of the inner and outer spheres driven by Boussinesq thermal convection in a rotating spherical shell

木村 恵二^{1*}, 竹広 真一¹, 山田 道夫¹
KIMURA, Keiji^{1*}, TAKEHIRO, Shin-ichi¹, YAMADA, Michio¹

¹ 京都大学数理解析研究所

¹ Res. Inst. Math. Sci.(RIMS), Kyoto Univ.

回転球殻内の Boussinesq 熱対流問題は天体規模熱対流現象と関連して盛んに研究がなされてきた。MHD ダイナモモデルでは内側球の回転を許したモデルが存在するものの、熱対流の研究では内側球、外側球がともに一定の同じ回転角速度で回転している(以後同期回転と呼ぶ)ことを仮定している。しかし実際の天体を念頭においた場合、必ずしも両側球が同じ一定回転角速度で回転する理由はなく、両側球がトルクを受けて自由に回転しているほうがより自然である。実際、地球内核とマントルが異なる速度で回転していることが近年の地震波観測によって示唆されている。そこで我々は、両側球が熱対流による粘性トルクを受けて3軸回転するモデルを構築し、熱対流パターン並びに両側球の回転角速度の振る舞いを、両側球が同期回転する場合 [1] と比較しつつ議論する。

まず内側球のみがトルクを受けて回転する場合を考え、臨界点から超臨界分岐する定常進行波を Newton 法によって求め、その安定性を固有値計算によって調べた。パラメタは、内側球と外側球の半径比 0.4, Prandtl 数 1, 回転の速さを表す Taylor 数が 52^2 から 500^2 とし、境界条件は粘着・温度固定境界条件を選択した。このパラメタ領域では、方位角方向に伝播する、方位角方向の基本波数が 4 である定常進行波 (TW4) が超臨界分岐する。TW4 の安定領域内において、Taylor 数が 100^2 程度以下の領域では内側球が外側球よりも速く回転するが、 200^2 から 300^3 の間では両側球はほぼ同じ回転角速度で回転し、 400^2 よりも大きくなると内側球が外側球に比べて遅く回転することが見出された。両側球が同期回転する場合と比べて TW4 の安定領域は最大 1% 程度変化する程度と大きな変化は無く、また TW4 のパターンも定性的な変化は無い。

次に両側球がトルクを受けて回転する場合を考え、数値時間積分を行った。パラメタは半径比 0.4, Prandtl 数 1, Taylor 数 500^2 , Rayleigh 数 30,000 ($= 4.7 R_c$) および 50,000 ($= 7.8 R_c$) とし、粘着・温度固定境界条件を選択した。ただしここで R_c は臨界 Rayleigh 数である。内側球の慣性モーメントは、内側球が流体と同じ密度であると仮定したときに計算される値である約 0.22 を用い、外側球の慣性モーメントは地球のマントルを模した値である 100 を用いた。その結果、Rayleigh 数が 30,000 の場合には熱対流パターンがカオス的な振る舞いをするにもかかわらず南北対称なモードのみが誘起されており、内側、外側球の回転角速度は回転軸方向成分のみ値をもつが、Rayleigh 数が 50,000 の場合には南北反対称モードも誘起されて全体として南北非対称な熱対流パターンとなり、回転軸方向成分以外の成分も有意な値を持つことが分かった。

さらに、Taylor 数を 500^2 から 5000^2 の範囲で変化させて南北非対称パターンが発現する Rayleigh 数を調べたところ、Taylor 数によらず Rayleigh 数がおよそ $5R_c$ - $6R_c$ を越えると、南北反対称モードが誘起されて熱対流パターンが南北非対称になり、内側球、外側球がともに3軸回転することが見出された。

[1] K.Kimura, S.Takehiro and M.Yamada, Phys. Fluids, Vol.23, 074101 (2011)

キーワード: 分岐, 定常進行波, トルク, 差動回転

Keywords: bifurcation, traveling wave, torque, differential rotation