

The theory of the unperturbed and perturbed rotational motion of celestial bodies in the Sadov and Kinoshita variables The theory of the unperturbed and perturbed rotational motion of celestial bodies in the Sadov and Kinoshita variables

Mikhail Barkin^{1*}, Yury Barkin²
BARKIN, Mikhail^{1*}, BARKIN, Yury²

¹Moscow Aviation Institute, ²Sternberg Astronomical Institute, Moscow

¹Moscow Aviation Institute, ²Sternberg Astronomical Institute, Moscow

The analytical theory of the unperturbed and perturbed rotational motion of a rigid celestial body (planet or satellite) is developed. As the unperturbed motion it is accepted and developed the free rotational motion of a rigid triaxial body with unequal principal moments of inertia (the case of the Euler-Poinsot). The body has any triaxiality and arbitrary dynamic oblateness. Also another class of celestial bodies ? non-rigid, and weekly deformed, with a variable geometry of the densities. A new theory of the unperturbed rotational motion of celestial bodies, which takes into account own rotational deformation of the body, is constructed and developed (Chandler-Euler motion, Barkin Yu., 1998). In both cases, the unperturbed rotational motion is a motion on the Euler-Poinsot. However, for weekly deformed celestial body this motion is characterized not by its real moments of inertia, and some the changed constant moments of inertia, taking account of its tidal deformations caused by its own rotation.

Hamiltonian formalism is developed and the unperturbed rotational motion of rigid and weekly deformed celestial bodies are described by <<action-angle>> variables in the form introduced in the well-known works of Yu. Sadov (1972), H. Kinoshita (1977) and Yu. Barkin (1992, 1998). The of paramount importance for the study of the perturbed rotational motion of the planet (satellite) in the gravitational field of the perturbing bodies has the construction of expansions of the force function of the Newtonian interaction of the body with the surrounding celestial bodies in "action-angle" variables. The first attempts to construct such expansions in the theory of rotation of the Earth have been made in the work of H. Kinoshita (1977) for the second harmonic of the force function. In this case the author has made some simplifications and some restrictions on the dynamic oblatenesses of the planet. But it was in the works of Yu Barkin (1992, 1998), these expansions were obtained in an exact representation in the form of Fourier series on multiple variables "angle" with the coefficients represented by functions of the variables "action." This representation of the coefficients is not trivial, and makes extensive use of the apparatus of elliptic functions, theta functions, hyperbolic functions and elliptic integrals of three kinds.

In the papers (Yu. Barkin, 1992, 1998), the expansion of the force function was obtained for the main terms of the second harmonic proportional to the coefficients of the gravitational field of the body C_{20} (zonal harmonic) and C_{22} (the main tesseral harmonic). In this paper, a complete expansions in Fourier series of all components of the second harmonic of the gravitational potential, i.e. additional terms proportional to the geopotential coefficients C_{21} , S_{21} and S_{22} have been obtained (M. Barkin, 2011). The expansions are presented in a compact form convenient for applications.

Analytical formulas for the first-order perturbations in "action-angle" variables in this more general formulation of the perturbed rotational motion of the planet (the Earth) under the gravitational attraction of external celestial bodies (Moon, Sun) have been obtained in explicit form. We studied also the changeable Earth's rotation with variable coefficients of the gravitational potential $C_{20}(t)$, $C_{22}(t)$, $C_{21}(t)$, $S_{21}(t)$ and $S_{22}(t)$. Separately the dynamic effects due to the observed secular changes of these coefficients and the observed annual variations obtained by the long-term observations of geodetic satellites (Cheng et al., 1997, 1999) have been studied.

Follow to modern studies and works of astrophysicists (Link et al., 2001) we developed a number of applications of the formulas of our unperturbed rotational motion to study the kinematics and dynamics of isolated pulsars with precession.

キーワード: Kinoshita variables, Sadov variables, unperturbed and perturbed motion, gravitational attraction, celestial bodies, <<action-angle>> variables

Keywords: Kinoshita variables, Sadov variables, unperturbed and perturbed motion, gravitational attraction, celestial bodies, <<action-angle>> variables

月の溶岩地形データを用いた古セレノイドの復元

Reconstruction of paleoselenoid using surface shapes of mare basalts and flow directions of sinuous rilles

小川 達彦^{1*}, 日置 幸介¹

OGAWA, Tatsuhiko^{1*}, HEKI, Kosuke¹

¹ 北大・院・理学院自然史科学専攻

¹Dept. Nat. Hist. Sci., Hokkaido Univ.

月はその歴史を通じて公転周期:自転周期 = 1:1の同期自転運動をしてきたと考えられている。しかしながら、現在のセレノイド(月の重力等ポテンシャル面)の2次の係数は多少奇妙である(Garrick-Bethell et al. 2006)。同期自転運動をしている衛星の静水圧平衡形状では、遠心力ポテンシャルと潮汐力ポテンシャルの比は1:3となり、2次の重力場係数の C_{20} ($= -J_2$)と C_{22} の比は10:3となるはずである。しかし、月探査衛星かぐやによって観測された J_2 / C_{22} の比は9.09で(Namiki et al. 2009)、 J_2 の値が C_{22} に対して大きすぎる。この問題のさらなる研究のため、我々は月の海の表面地形から後期重爆撃期当時のセレノイドの一部を復元し、地球-月力学系の進化の議論を試みる。我々は玄武岩溶岩が月の盆地を埋めた当時のセレノイドの形状を復元するために、日本の月探査衛星かぐやのレーザー高度計(LALT)のデータを使った。また、sinuous rilleの流れた方向から現在と過去のセレノイドの違いを議論するために地形カメラ(TC)のデータを用いた。

最初に我々はLALTの地形データ(Araki, et al., 2009)と月の重力モデル(SGM100h, Matsumoto et al., 2010)を比較し、マスコン盆地内の溶岩表面がセレノイドと平行であるか調べた。月の玄武岩溶岩は地球上のどの溶岩よりも粘性が低いので(Murase and R. McBirney, 1970)、溶岩表面から当時のセレノイドの形状を推測できる。我々は3つのマスコン盆地(雨の海、晴れの海、湿りの海)で、海の表面地形がセレノイドと平行な「上に凸」の曲面を示していることを確認した。この局地的バルジに加え、これら3つのマスコン盆地内のセレノイドの形状は月の平均的形状(球体)に対して全体としてわずかな傾きを持つ。湿りの海と晴れの海の勾配は、同期自転衛星の静水圧平衡の特徴的な2次の形状($J_2 : C_{22} = 10 : 3$)と調和的な方向を示したが、雨の海はそれと合わない奇妙な勾配の向きを示した。雨の海は南東上がり勾配を示すはずだが、観測された勾配は南西上りを示し、赤道バルジの分を補正すると雨の海は原因不明の西上りの傾きを示していることになる。

この結果を別のデータから確認するべく、我々はTCデータからsinuous rilleの流れた方向を調べた。sinuous rilleは溝もしくは谷で、玄武岩溶岩流の熱浸食によってできたとされる。これらの流れた方向は地球の河川と同様重力ポテンシャルが下がる向きである。しかし中村(2011, pers. Comm.)は、Rimae Plato(雨の海の北側に位置)が、現在のセレノイドに対して上向きに流れたように見えることを見出した。これは現在と過去のセレノイドの傾きが若干異なる可能性を示唆している。雨の海周辺には多くのsinuous rilleが存在するが、Rimae Plato以外にもいくつかのsinuous rilleが現在のセレノイドに対して上向きの流れを示す。その中でいくつかの興味深いケースを報告する。たとえばRima Suess(雨の海の南西に位置する)は現在の重力場に逆らって流れたように見えるが、雨の海の異常な傾動がrilleの形成後に起こったものと考えると下向きになる。これは雨の海の傾斜に対するさらなる証拠を示すのかもしれない。他のいくつかのsinuous rilleはRima Suessと同様の流れ方を示すが、すべてが同様でもない。今後はrilleの流動方向についてさらに系統的な調査を行い、雨の海の傾動の時期や原因を探る。

キーワード: 月, セレノイド, リル, 玄武岩溶岩, 雨の海

Keywords: Moon, Selenoid, sinuous rille, basaltic lava, Mare Imbrium