

地盤伝達関数のクロスターム -Normalized Energy Density の一般化- Cross terms of ground transfer function -generalization of Normalized Energy Density-

後藤 浩之^{1*}Hiroyuki Goto^{1*}¹ 京都大学防災研究所¹ Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University

地盤伝達関数は、S波実体波が表層地盤に鉛直に入射すると近似できる場合に、表層に入射する地震波と地表で観測される地震波の振幅比として定義されるものである。与えられた地盤に対して地盤伝達関数を求める問題は古典的な問題であって、その方法は広く実務にも利用されている。近年、地盤伝達関数に関する興味深い特徴である Normalized Energy Density (NED: Goto et al., 2011) が示されたことで、地盤伝達関数は今新しい広がりを見せつつある。本研究は、NEDが対象とする地盤伝達関数のパワーのみならず、クロスタームに着目してその性質を議論するものである。

組成の異なる2つの水平成層地盤に対して、それぞれ正規化した地盤伝達関数を a 、 b で表現する。また、 a 、 b のクロスタームをある汎関数で定義する。NEDの性質から a と b が等しい場合にはある確定値を取るが、正規化によってその値が1となるようにしているものとする。

基盤と表層1層とからなる2層系の場合、 a と b はそれぞれ表層のS波速度と層厚に依存した周期をもつ周期関数となる。この周期の比は一般に有理数とはならないが、有理数である場合についてまずは考えることにする。このとき、複素平面の単位円周上にある複素数 $z = \exp(i h / \dots)$ と、周期の比を表す自然数 n_a 、 n_b とによって a と b を表現でき、汎関数は単純に単位円周上の複素積分とすることができる。単位円周内に存在する被積分関数の極について調べることで複素積分の厳密解を得る事ができる。主な特徴は、 $n_a + n_b$ が奇数の場合にはクロスタームの値が0となることである。 n_a 、 n_b が互いに素な自然数の場合に限っても一般性を失わないことから、クロスタームが有限値をとるためには n_a 、 n_b がそれぞれ奇数であり、かつその和が偶数となることが要請される。また、 n_a および n_b が非常に大きい場合にクロスターム値が0に収束することを厳密に証明できる。このことは、無理数の場合を n_a および n_b が非常に大きい場合に対応させる事で、全ての実数においてクロスタームの値が評価できることを表している。

さて n_a 、 n_b の和が偶数となる場合とは、地盤伝達関数のピーク周期が一致するという事に相当する。すなわち、ピーク周期がずれることによりクロスタームは0となり、その一致度に応じてクロスタームの絶対値の大きさが定まることを物理的には表していると理解すればよい。

3層系以上の多層系については、解析的手法によって厳密に解を求めて議論することが難しい。そこで、代表的なケースについて数値実験を行うことで、2層系と同様な性質を持つか検討した。結果として、2層系で結論付けた内容に矛盾する結果はなく、3層系以上についてもこの性質が成立するものと予想される。

参考文献

Goto et al., Conserved quantity of elastic waves in multi-layered media: 2D SH case -Normalized Energy Density-, Wave Motion, 48, 602-612, 2011.

Goto, Fundamental property of cross terms of ground transfer function, Wave Motion, submitted.

キーワード: Normalized Energy Density, 地盤伝達関数, クロスターム, 複素積分

Keywords: Normalized Energy Density, Ground transfer function, Cross term, Complex integration