

## 流体で満たされたクラックの長軸モード振動周波数の解析式 An analytical formula for the longitudinal resonance frequencies of a fluid-filled crack

前田 裕太<sup>1\*</sup>, 熊谷 博之<sup>1</sup>  
Yuta Maeda<sup>1\*</sup>, Hiroyuki Kumagai<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 防災科研 / 名古屋大学  
<sup>1</sup> NIED/Nagoya University

流体で満たされたクラックモデル(Chouet, 1986)は火山性地震の振動周波数を説明するために最も一般的に用いられているモデルである。Kumagai and Chouet (2000)によってクラックを満たす流体の種類と複素振動周波数の関係が詳細に調べられて以来、様々な火山のLP・VLPイベントの複素振動周波数が流体の種類や状態、クラックサイズや形状などと結びつけて解釈されてきた。これまで、クラックモデルの計算は差分法(Chouet, 1986)あるいは境界積分法(Yamamoto and Kawakatsu, 2008)を用いた数値計算によって行われてきた。これらの計算では流体の物性やクラック形状を仮定する必要があった。振動周波数の変化について議論するためにはこれらのパラメータを変えて何度も計算を行わなければならない。振動周波数の変化について議論するためにはこれらのパラメータを変えて何度も計算を行わなければならない。振動周波数は火山浅部における流体の状態を密接に反映したものと考えられ、その解釈を容易にすることは地震観測を浅部の流体の状態・振る舞いの理解に結び付ける上で重要である。我々は流体の物性およびクラック形状と振動周波数を関係づける解析式を長軸モード振動について導出したのでそれを報告する。

長軸方向の1次元の振動を考えた場合、クラックの厚さ方向に平均した圧力 $P$ は以下の方程式を満たす(Kumagai, 2009)。  

$$(d^2/dt^2)[P(x,t)+(2b/d)u_d(x,t)] = a^2(d^2/dx^2)P(x,t) \quad (1)$$

ここで $a$ は流体の音速、 $b$ は流体の体積弾性率、 $d$ はクラックの厚さ、 $u_d$ はクラック面上の変位である。(1)式を用いてクラック波の速度を求めるには $P$ と $u_d$ の関係を知る必要がある。Kumagai (2009)は $P$ と $u_d$ が比例すると仮定してクラック波の速度を表す式を導出した。我々はChouet (1986)の差分法コードを用いて $P$ と $u_d$ を出力し、その関係を調べた。その結果、両者は時間の関数としては比例するが空間的には比例せず、 $u_d/P$ がおおよそ楕円型の空間分布になることが分かった。この結果を(1)式に代入すると $P$ に対する変数係数の1次元波動方程式が得られる。これを半解析的に解いた結果、波長 $2L/m$ ( $m$ :整数)の長軸モードの振動周波数を表す式として

$$f_m = (m-1)a/[2L\{1+2e_m(b/G)(L/d)\}^{1/2}] \quad (2)$$

が得られた。ここで $G$ は固体の剛性率、 $L$ はクラックの長さ、 $e_m$ は振動モードごとに決まる定数である。Chouet (1986)の差分法コードを用いて様々な $L/d$ に対する振動周波数を計算し、(2)式と比較したところ良い一致が得られた。したがって(2)式はクラック振動の周波数を適切に表現していると考えられる。

(2)式を用いると流体の音速 $a$ 、体積弾性率 $b$ 、クラック形状 $L/d$ 、およびクラックサイズ $L$ に応じて振動周波数がどのように変化するかを議論することができる。例えばフィリピン・タール火山では4万個を超える群発LPイベントが観測されたが、その振動周波数は0.7-0.9 Hzとほとんど変化が見られなかった。タール火山のLPイベントは水蒸気のクラック振動で説明されるので流体物性はほぼ一定と考えて良いが、クラックに流入する水蒸気の量が変化すれば振動周波数は変化するものと期待され、周波数を一定に保つ機構の解明が課題であった。(2)式によれば $L/d$ が大きい場合、振動周波数 $f_m$ は $(d/L^3)^{1/2}$ に比例する。したがってクラック体積が変化しても $d$ が $L^3$ に比例して変化すれば振動周波数は変化しない。一方、浮力と弾性力の釣り合いによって形状が決まるクラックを考えると $d$ は $L^2$ に比例する。この場合、クラック体積の変化に対する周波数の変化率はゼロではないが比較的小さくなり、タール火山のLPイベントについて推定された5 MPaの圧力下での600 Kの水蒸気の場合、クラック体積が4倍程度変化しても観測周波数を0.7-0.9 Hzの範囲に保つことができる。(2)式は他の火山のLP・VLPイベントに対しても適用可能であり、振動周波数の解釈のために広範に利用できるものと期待される。

### 引用文献

- Chouet (1986), JGR, 91, 13967-13992.  
 Kumagai (2009), Encyclopedia of Complexity and Systems Science (Springer-Verlag), pp.9899-9932.  
 Kumagai and Chouet (2000), JGR, 105, 25493-25512.  
 Yamamoto and Kawakatsu (2008), GJI, 174, 1174-1186.

キーワード: 流体で満たされたクラックモデル, LP イベント, 振動周波数, タール火山  
 Keywords: Fluid-filled crack model, LP events, Resonant frequency, Taal volcano