

くりこみ摂動法を用いた重力波の自発的放射メカニズムの理論的解明

A theoretical study on the mechanism for spontaneous gravity wave generation using the renormalized perturbation method

安田 勇輝^{1*}, 佐藤 薫¹, 杉本 憲彦²Yuki Yasuda^{1*}, Kaoru Sato¹, Norihiko Sugimoto²¹ 東京大学 大学院理学系研究科 地球惑星科学専攻, ² 慶應義塾大学 法学部 日吉物理学教室¹Department of Earth and Planetary Science, Graduate School of Science, The University of Tokyo, ²Hiyoshi Department of Physics, Keio University

重力波 (GW) は地形性と非地形性に分けられるが、非地形性 GW は、地形性 GW に比べ力学的記述が難しく、放射メカニズムがよく分かっていない。近年、系の時間発展の中で、ほぼバランスした流れから自発的に GW が放射されることが分かってきた (O'Sullivan & Dunkerton 1995 など)。現在、自発的放射メカニズムを記述する最有力理論はバランス調節理論 (Plougonven & Zhang 2007) だが、以下の不完全な点を持つ。[1] GW の波源に対する物理的意味の説明を放棄している。[2] 摂動論等を用いていない。[3] GW 放射による反作用を無視している。そこで本研究は、これらを全て解決した新たな理論を導出し、その妥当性をモデルのシミュレーションの結果を用いて確認した。

先行研究 (Snyder et al., 2007; Viudez 2007 など) の調査から、渦の流れにより GW の対地周波数がドップラーシフトし、ほぼバランスした流れに付随するスレイブ成分と時空間スケールが一致した時に、準共鳴により GW が自発的に放射されるという新しいメカニズムを着想した。

本研究では、GW を簡潔に記述するため、線形渦位 (q)、水平発散 (d)、非地衡流渦度 (g) を用いて理論を構築した。ここで、渦の流れは q が作る流れであり、スレイブ成分は、 d と g のうち q の分布によって診断的に決定される成分と定義した。 d と g は、線形論において高い対地周波数成分を含む。この成分の非線形項は、 q と同等の時間スケールでゆっくり変動する成分を含むので、これも導出する方程式に組み込む必要がある。そこで、GW とこのゆっくり変動する成分の効果の両方を考えるため、ドップラーシフトが働く変数 (d^{GW}, g^{GW}) と働かない変数 (d^{diag}, g^{diag}) を別に考えて、 q と合わせて五種類の変数で、準共鳴による GW 放射を記述する理論を構築した (問題 [1] 解決)。

この理論の定式化において、特異摂動法の一つであるくりこみ摂動法を用いた (問題 [2] 解決)。さらに、 d^{GW}, g^{GW} に対しては、渦の流れ場に対する固有モード展開を用いて、ドップラーシフトの効果を組み込んだ。これにより自発的に放射される GW が記述できる。一方、高い対地周波数成分を記述する d^{diag}, g^{diag} に対しては、そのままくりこみ摂動を適用した。その結果、 d^{diag}, g^{diag} は、スレイブ成分と GW 放射の反作用からなる診断的な変数となった。導出した理論式は、GW 放射の反作用により q が変化する様子も記述しており、問題 [3] を解決したことになる。

理論の妥当性の評価に用いるため、気象庁非静力学モデル (以下 NHM) を用いて、流体内部の孤立渦対 (ダイポール) 中における準定常的な GW の自発的放射を再現した。初期条件としてベータ面上の三次元 QG 系の厳密解であるモドン解を与え、完全圧縮の非静力学方程式系の数値積分を行った。先行研究と同様に、ダイポールの中心にある局所ジェットの出出口において、上下に GW が放射されることが確認できた。GW は鉛直方向に対しほぼ対称で、ダイポールの縁に向かい波長が短くなり渦に巻き込まれる構造を持っている。

導出した理論式が、NHM で再現した自発的放射を正しく表現するかを調べるために、GW を含まない初期値のモドン解の q を用いて、ソースを計算し、くりこみ群方程式を積分した。その結果、ジェットの出口の GW が再現され、NHM の結果と理論計算による結果が整合的であることが確認できた。

キーワード: 自発的放射, 重力波, くりこみ摂動法

Keywords: spontaneous radiation, gravity wave, renormalized perturbation method