

数論幾何的アプローチによる地震活動のモデル化の試み An arithmetic geometrical approach for modeling of seismic activity

藤原 広行^{1*}

Hiroyuki Fujiwara^{1*}

¹ 防災科研

¹ NIED

あるひとまとまりの地震発生場の中で発生する地震は、時空間的に見て離散的なものであり、本震・余震系列を除けば一見個々に独立した存在のようにも見える。しかし、全体としてみた時には、G-R 則のように規模別頻度分布がべき乗則に従うなど、独立して無関係に存在するように見える地震群の背後にそれら全体を統制している法則が存在していることがわかる。

同様の現象が「数」の世界でも観察される。最も基本的な事例は、整数の中に存在する素数の分布である。素数の分布に関しては未解決の問題も多数残されているが、古くは平方剰余の相互法則など、一見無関係に存在しているように見える素数の間に不思議な関係が成り立つことが発見されており、類体論に代表されるような深みのある数の構造に関する理論体系が構築されている。さらに、近年では「数」を幾何学的対象として捉える「数論幾何」の発展により多くの知見が得られつつある。数論幾何は、多項式のゼロ点の集まりからなる代数多様体の研究を目的とした代数幾何学において開発されたスキーム理論を「数」に適用することにより発展したものであり、「数」の世界を全体として統制する不思議な法則を明らかにしている。

これら全く無関係に見える「地震」と「数」の世界に対して、下記のような対応を考える。 p_i を i 番目の素数とし、その素数に対応する指標として素数の出現間隔 $p_i - p_{i-1}$ をとる。 i 番目に発生する地震を e_i とし、その発生時刻を $T(e_i)$ 、地震モーメントを $M_o(e_i)$ としたとき、下記の関係式が成り立つと仮定する。

$$T(e_i) = p_i,$$

$$\log(M_o(e_i)) = p_i - p_{i-1}$$

数値実験を行うことにより、この対応関係から G-R 則に類似した性質が得られることがわかる。この対応によって得られるモデルを「数論的地震活動モデル」と呼ぶことにする。

こうした観察を踏まえ、ある地震発生場で発生する地震を「数」と対応させることにより、「数論的地震活動モデル」をスキーム理論の対象とみなすことができる。これにより、数論幾何との類似性から、地震活動を全体として統制している法則に関する知見を得ることが期待される。なお、上記対応関係では特別な境界条件を持たない無限に広がる空間の中で1点から破壊が開始し、次第に領域全体に拡大するような破壊に伴う「地震」をイメージしている。物理モデルとしてより現実的な境界条件を与えることは、「数」を拡大したり制限したりすることに対応すると考えられるが、これらはより一般化された「数」を対象としたスキーム理論により取り扱うことができると期待される。また、逆に、「数論的地震活動モデル」により「数」に意味付を行うことにより、例えば、「双子素数は無限に存在する」という数学上の未解決問題は、上記モデルにおいて「最小規模の地震は無限に発生する」という地震活動モデルの持つ性質に関する問題に置き換えられることがわかる。

キーワード: 素数, 数論幾何, G-R 則, 地震

Keywords: prime, arithmetic geometry, Gutenberg-Richter relation, earthquake